

---

## Сравнение статически неопределимых предварительно напряженных железобетонных ферм

*В.А. Заика, А.Н. Ключев, А.А. Гукин, В.О. Пчелкин, В.В. Петров, Н.В. Сорокин*

*Военный институт (инженерно-технический) Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулева,  
г. Санкт-Петербург*

**Аннотация:** В настоящей работе проведен анализ надежности статически неопределимых систем в сравнении со статически определимыми.

**Ключевые слова:** железобетон, железобетонные конструкции, статически неопределимые системы, надежность.

Исследования предварительно напряженных железобетонных ферм показали, что на всех стадиях работы под нагрузкой они представляют собой статически неопределимые стержневые системы. Особенно ярко статическая неопределимость проявляется в безраскосных фермах [1], нашедших широкое применение для покрытий промышленных зданий. Для расчета этих ферм на прочность целесообразно применять метод предельного равновесия [2], при использовании которого величина фактической разрушающей нагрузки может быть определена [3] из следующего выражения:

$$M = M_T + M_{пр}, \quad (1)$$

где  $M$  — момент от разрушающих нагрузок относительно центра шарнира, превращающего систему в геометрически изменяемую (пластический шарнир будет образовываться в том контуре фермы, где отношение момента от внешних нагрузок к высоте фермы максимально);

$M_t$  — изгибающий момент относительно той же точки, соответствующий появлению пластической связи при достижении в арматуре по всему сечению нижнего пояса напряжений, равных пределу текучести;

$M_{pr}$  — предельный момент в пластическом шарнире, обращающий систему в геометрически изменяемую.

Формула (1) позволяет определить математическое ожидание разрушающего момента. Однако для решения ряда прикладных задач, помимо математического ожидания, необходимо знать изменчивость разрушающего момента. Это легко можно сделать благодаря простоте выражения (1). Следует отметить, что по уравнениям подобного же вида определяют несущую способность ряда статически неопределимых железобетонных стержневых систем. Поэтому полученные ниже результаты относятся не только к статически неопределимым фермам, но и к другим системам, несущая способность которых может быть определена из выражений, подобных формуле (1).

Используя формулы норм проектирования [4], значения  $M_t$  и  $M_{pr}$  в выражении (1) можно выразить через прочностные характеристики арматуры и бетона, а также через геометрические характеристики сечений. Поэтому данный вопрос представляет собой первую задачу статистической динамики— задачу отыскания вероятностных свойств выходного параметра (разрушающего момента) при известных вероятностных свойствах входных параметров (прочности арматуры и бетона, геометрических характеристик) и вероятностных свойствах системы [5].

Свойства системы выражаются формулой (1), анализ которой показывает, что данная задача является линейной, а в рассматриваемой стадии система может считаться стационарной [6]. Интересно отметить, что в данном случае распределение усилий в элементах статически неопределимых систем не оказывает влияния на несущую способность. Поэтому имеющая место изменчивость усилий в элементах статически неопределимых систем (3), по-

---

видимому, может оказать влияние лишь на последовательность развития пластических шарниров. Однако, как показывает анализ, проведенный при рассмотрении ряда частных задач, это, как правило, не оказывает влияния на схему разрушения.

Таким образом, в данном случае определяющее влияние на статистические свойства выходных параметров будут оказывать статистические свойства, прочности сечений, в которых образуются пластические связи и пластические шарниры. Так как входящие в формулу (1) члены  $M_T$  и  $M_{пр}$ , определяются несущей способностью разных сечений, то они независимы, и поэтому дисперсия разрушающего момента равна:

$$D(M) = D(M_T) + D(M_{пр}), \quad (2)$$

где  $D(M_T)$  и  $D(M_{пр})$  — соответственно, дисперсии момента, отвечающего текучести арматуры нижнего пояса, и предельного момента в пластическом шарнире, превращающего систему в геометрически изменяемую.

Зная вероятностные характеристики разрушающего момента, можно сопоставить надежность статически неопределимых и статически определимых систем при одинаковой величине разрушающей нагрузки. Принимая такую же трактовку коэффициента надежности ( $t$ ), как это предполагается в работах [7,8], значение  $t$  для рассматриваемого случая будет равно:

$$t = \frac{M - M_{пр}}{\sigma_M}, \quad (3)$$

где  $M_{пр}$  — момент от расчетной нагрузки;

$\sigma_M$  — среднее квадратическое отклонение разрушающего момента.

Данное выражение не совсем правильно характеризует фактическую надежность, так как нагрузка считается детерминированной, однако это отвечает форме, принятой в действующих нормах проектирования.

Для проведения сопоставления удобней перейти от среднего квадратического отклонения к коэффициенту вариации и формулу (3) представить в виде:

$$t = \frac{1 - \frac{M_p}{M}}{V_m}, \quad (3.1)$$

Входящий сюда коэффициент вариации разрушающего момента может быть получен в результате преобразования выражения (2):

$$V_m = V_{M_T}^2 \left( \frac{M_T}{M_T + M_{пр}} \right)^2 + V_{M_{пр}} \left( \frac{M_{пр}}{M_T + M_{пр}} \right)^2, \quad (2.1)$$

где  $V_{M_T}$  и  $V_{M_{пр}}$  — соответственно, коэффициенты вариации момента, та, отвечающего текучести арматуры нижнего пояса и предельного момента в пластическом шарнире.

Примем, что отношения разрушающей нагрузки к расчетной и для статически определимых, и для статически неопределимых систем соответствуют требованиям ГОСТ 8829-2018 Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления, а отношение  $M_p/M$  в формуле (3.1) будет одинаковым для указанных систем. Тогда соотношение коэффициентов надежности статически определимых  $t_{c.n.}$  и статически определимых  $t_{c.o.}$  систем будет равно:

$$\frac{t_{c.o.}}{t_{c.n.}} = \frac{V_{m.c.o.}}{V_{m.c.n.}}, \quad (4)$$

Где  $V_{M.c.o.}$  и  $V_{M.c.B.}$  — соответственно, коэффициенты вариации статически определимых и статически неопределимых систем.

Таким образом, соотношение коэффициентов надежности будет зависеть в основном от значений коэффициентов вариации разрушающих моментов.

Как видно из формулы (2.1), значение коэффициента вариации разрушающего момента для статически неопределимой системы зависит от соотношения  $M_t$  и  $M_{пр}$  и значений, соответствующих коэффициентов вариаций. Так как  $M_t$  и  $M_{пр}$  не зависят от статической схемы конструкции и определяются в основном прочностными и геометрическими характеристиками сечений, можно принять, что  $M_t$  и  $M_{пр}$  соответствуют значениям коэффициентов вариации статически определимых конструкций при разрушении их по арматуре и по бетону.

На рис. 1 приведены графики, характеризующие соотношение надежности статически неопределимых и статически определимых систем при одинаковом отношении разрушающей нагрузки к расчетной. В случае, если разрушение статически определимой системы происходит в результате текучести арматуры, изменчивость разрушающего момента определяется коэффициентом вариации  $V_{M_t}$ . Графики построены для различных соотношений между  $M_t$  и  $M_{пр}$  и их коэффициентов вариации. Из графиков видно, что в тех случаях, когда  $V_{M_{пр}}$  превышает  $V_{M_t}$  в 1,1 — 1,7 раза (в зависимости от соотношения между  $M_t$  и  $M_{пр}$ ), надежность статически неопределимых систем выше надежности систем статически определимых. Этот случай является наиболее распространенным. Лишь при специфической конструкции статически неопределимых систем (например, наличие стыков в верхнем поясе и т. п.), в результате чего возможно возрастание  $V_{M_{пр}}$ , надежность статически определимых систем может оказаться выше.

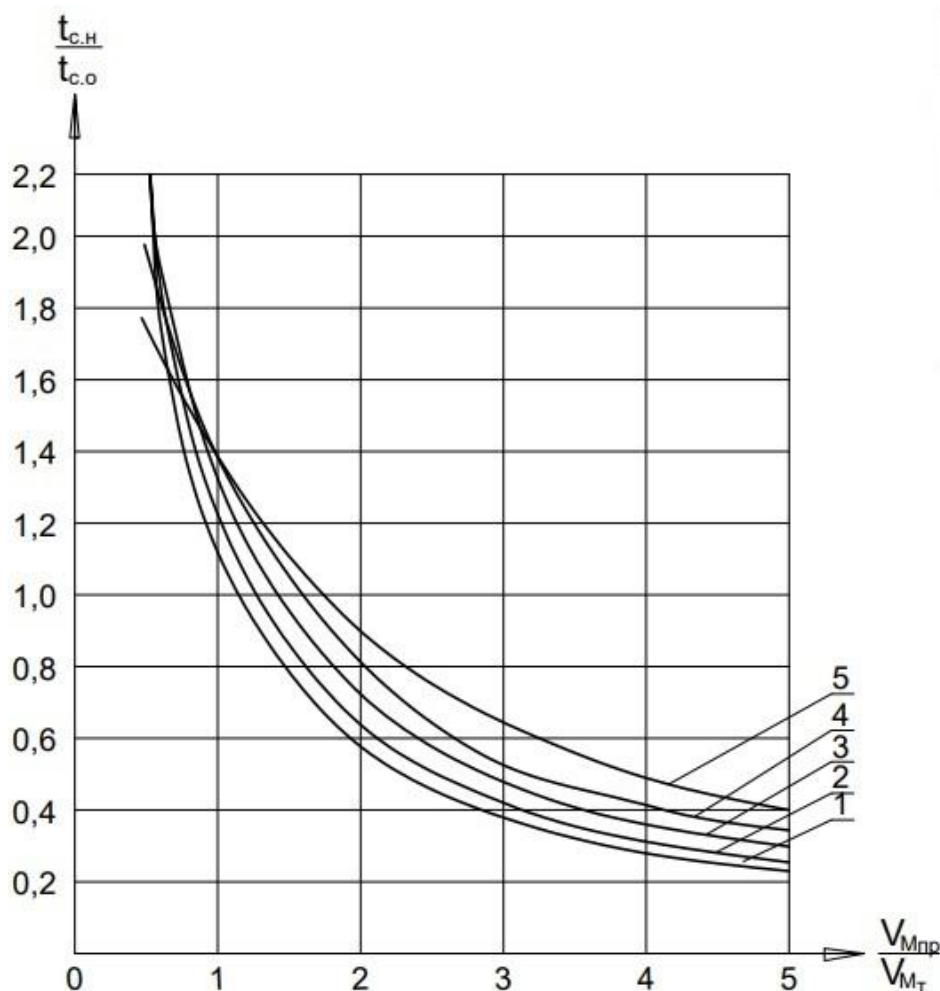


Рис 1. Соотношение между надежностью статически неопределимых и статически определимых конструкций.

1,2,3,4,5 соответственно отношение  $M_{пр}/M$ , равное 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5

Подобный же вывод о повышенной надежности статически неопределимых систем был ранее сделан в работе [9] для неразрезных многопролетных балок, и может иметь ряд практических применений. Так, например, из этого следует, что к статически неопределимым формам необходимо предъявлять требования по величине коэффициента  $C$  (характеризующего отношение разрушающей нагрузки к расчетной) иные, чем для систем статически определимых.

Как следует из формулы (31), при  $t = 3$  принятые в значения коэффициента  $C$  соответствуют  $V_m = 0,095$  при разрушении от текучести

арматуры и  $V_m = 0,13$  — при разрушении по бетону без проявления текучести арматуры. Первое из этих значений определяется в основном вероятностными свойствами прочностных характеристик арматуры, а второе — вероятностными свойствами прочностных характеристик бетона. Поэтому для получения требований, сопоставимых с требованиями, предъявляемыми к системам статически определимым, примем  $V_T = 0,095$  и  $V_{Mпр} = 0,13$ . Из формулы (3) получим:

$$C = \frac{M}{M_p} = \frac{1}{1-tV_m}, \quad (3.2)$$

Из этой формулы, а также из формулы (2.1) следует, что требуемые значения коэффициентов  $C$  при контрольных испытаниях статически неопределимых систем будут различны в зависимости от доли участия в несущей способности  $M_T$  и  $M_{пр}$ .

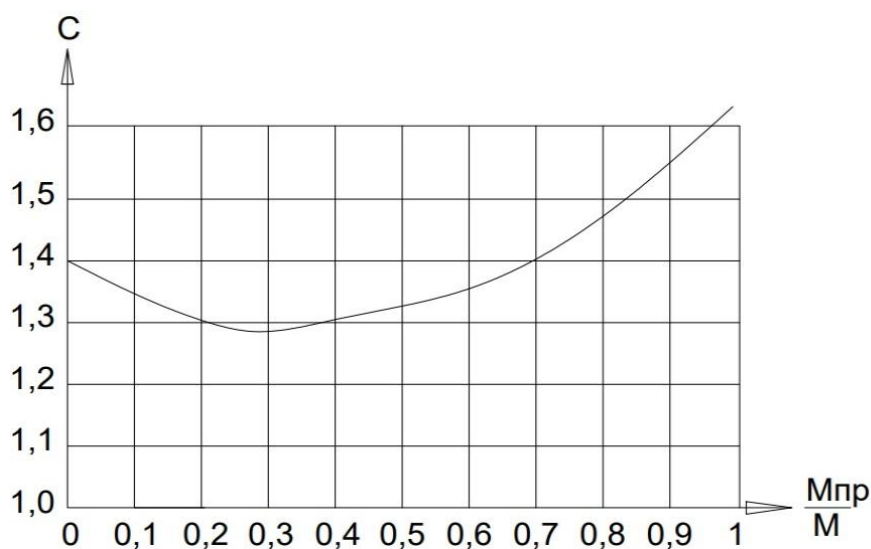


Рис.2 Значения коэффициента  $C$ .

На рис. 2 приведен график, характеризующий требуемое значение коэффициента  $C$  при различных соотношениях  $M_T$  и  $M_{пр}$ . Граничные точки графика соответствуют случаям разрушения от текучести арматуры ( $C = 1,4$ ) и по сжатой зоне бетона ( $C = 1,6$ ) статически определимых систем. Из графика

видно, что для рассматриваемых статически неопределимых систем существует некоторое оптимальное соотношение между несущей способностью растянутых и внецентренно сжатых элементов, при котором требуемая надежность будет обеспечиваться при наиболее низком значении математического ожидания внешней разрушающей нагрузки.

Следует также отметить, что для статически неопределимых систем начало текучести арматуры не является признаком разрушения, а свидетельствует лишь о начале интенсивного перераспределения усилий в ней [10]. Поэтому значения  $S$ , регламентируемые графиком (рис. 2), относятся не к началу текучести арматуры, а к полному исчерпанию несущей способности.

### **Выводы**

Надежность статически неопределимых систем, в том числе предварительно напряженных ферм, при прочих равных условиях всегда выше, чем статически определимых систем.

При оценке результатов контрольных испытаний железобетонных статически неопределимых ферм значения коэффициента  $S$  следует принимать по графику (рис. 2).

### **Литература**

1. Гершанок Р.А. Безраскосные железобетонные фермы для покрытий промышленных зданий. Стройиздат. 1974. 128 с.
2. Боровских А.В. Расчеты железобетонных конструкций по предельным состояниям и предельному равновесию. Издательство Ассоциации строительных вузов. Москва. 2004. С. 78-92.
3. Клевцов В.А. Расчет преднапряженных железобетонных ферм методом предельного равновесия. «Бетон и железобетон». Москва.1974. С. 28-36.



4. Лысенко Е.Ф. Железобетонные конструкции. Примеры расчета. Головное издательство. Киев. 1975. С. 103-120.
5. Болотин В.В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. Стройиздат, М. 1971. 255 с.
6. Бабич В.М., Капилевич М.Б., Михлин С.Г. Линейные уравнения математической физики. М., 2012. С. 251-259.
7. Клевцов В.А. Применение вероятностных методов для оценки влияния жесткости сечения на распределение усилий в статически неопределимых системах. Вопросы надежности железобетонных конструкций. Куйбышев 1974. С. 35-42.
8. Таль Л., Корсунцев И.Г. О надежности расчета несущей способности изгибаемых железобетонных элементов. «Бетон и железобетон». 1967. С. 48-56.
9. Тихий М.Н., Ворличек М.К. Статический расчет конструкций из обычного и предварительно напряженного железобетона. «Бетон и железобетон», 1962. С. 73-84.
10. Инструкция по расчету статически неопределимых железобетонных конструкций с учетом перераспределения усилий. II часть. Государственное издательство литературы по строительству. Москва – 1961. С. 219-227.

### References

1. Gershanok R.A., Bezraskosny`e zhelezobetonny`e fermy` dlya pokry`tij promy`shlenny`x zdaniy [Bevelless reinforced concrete trusses for industrial buildings]. Strojizdat. 1974. 128 p.
2. Borovskikh A.V. Raschety` zhelezobetonny`x konstrukcij po predel`ny`m sostoyaniyam i predel`nomu ravnovesiyu. [Calculations of reinforced concrete structures for limiting states and limiting equilibrium]. Izdatel`stvo Associacii stroitel`ny`x vuzov. Moskva. 2004. pp. 78-92.

3. Klevtsov V.A. Raschet prednaryazhyonnyh zhelezobetonnyh ferm metodom predel'nogo ravnovesiya [Calculation of prestressed reinforced concrete trusses by the limit equilibrium method]. Moskva.1974. pp. 28-36.

4. Lysenko E.F. Zhelezobetonny`e konstrukcii. Primery` rascheta [Reinforced concrete structures. Calculation examples]. Golovnoe izdatel`stvo. Kiev. 1975. pp. 103-120.

5. Bolotin V.V. Primenenie metodov teorii veroyatnostej i teorii nadezhnosti v raschetax sooruzhenij [Application of the methods of the theory of probability and the theory of reliability in the calculations of structures]. Strojizdat, M. 1971. 255 p.

6. Babich V.M., Kapilevich M.B., Mikhlin S.G. Linejny`e uravneniya matematicheskoy fiziki [Linear equations of mathematical physics]. M., 2012. pp. 251-259.

7. Klevtsov V.A. Voprosy` nadezhnosti zhelezobetonny`x konstrukcij. [Application of probabilistic methods for estimating the effect of cross-section stiffness on the distribution of forces in statically indeterminate systems]. Kujby`shev 1974. pp. 35-42.

8. Tal L., Korsuntsev I.G. Beton i zhelezobeton. [On the reliability of calculating the load-bearing capacity of bent reinforced concrete elements]. 1967. pp. 48-56.

9. Tikhii M.N., Vorlichek M.K. Beton i zhelezobeton. [Static calculation of structures made of conventional and prestressed reinforced concrete]. 1962. pp. 73-84.

10. Instrukciya po raschetu staticheski neopredelimy`x zhelezobetonny`x konstrukcij s uchetom pereraspredeleniya usilij. II chast`. Gosudarstvennoe izdatel`stvo literatury` po stroitel`stvu. Moskva – 1961. pp. 219-227.