Многомерная математическая модель и геометрический метод классификации объектов

Р.Р. Агафонова, И.М. Габдуллин, А.В. Мингалев

АО «НПО ГИПО»

Аннотация: Представлены математическая модель и геометрический метод классификации объектов по изображению, которые обеспечивают повышение точности классификации объектов за счет фильтрации шумовых объектов.

Ключевые слова: обработка изображений, распознавание объектов, распознавание образов, идентификация объектов, классификация.

В настоящее время цифровая обработка изображений применяется во всех областях науки и техники, в том числе, в тепловидении [1-3]. Одной из актуальных задач при автоматизированной обработке изображений является распознавание и классификация объектов [4-6].

В данной статье описан разработанный авторами метод классификации объектов, основанный на предложенной математической модели, которая представляет собой M замкнутых областей, каждая из которых соответствует одному классу. Замкнутые области строятся в n-мерном пространстве признаков [7,8].

За счет замкнутости областей в решение задачи классификации введено новое понятие «оценка степени схожести», которое позволяет одновременно классифицировать и отфильтровывать объекты [9,10].

Особенностью разработанной математической модели является повышение точности классификации объектов за счет обеспечения фильтрации шумовых объектов. Такая фильтрация достигается тем, что математическая модель содержит (N+1) классов, из которых N – количество предварительно заданных классов, для которых представлена обучающая выборка, а для (N+1) -ого класса не может быть представлена обучающая выборка, так как к этому классу относится «шум».

Принадлежность к (N+1) -ому классу определяют в указанной модели посредством того, что исследуемый объект не принадлежит ни к одному из N предварительно заданных классов на основе оценки степени схожести по их физическим признакам.

Для работы с созданной математической моделью в *n*-мерном пространстве признаков осуществляется проверка попадания исследуемого объекта в один из классов или за пределы всех классов по его координатам в *n*-мерном пространстве признаков (вектор координат).

Метод построения границы каждого класса для предлагаемой математической модели состоит в следующем:

1. Строится выпуклая оболочка класса, которая состоит из точек $b_i = \left(x_1^{b_i}, x_2^{b_i}, \dots, x_n^{b_i}\right)$, $i = \overline{1,F}$, где F – количество точек, образующих выпуклую оболочку. Выпуклая оболочка класса строится методом Грэхема.

2. Определяется центральная точка класса (барицентр) $C = (x_1^c, x_2^c, \dots, x_n^c)$. Далее область, занимаемая классом в *n*-мерном пространстве признаков, разделяется на F секторов. Разделение на секторы происходит за счет соединения центральной точки *C* с каждой точкой выпуклой оболочки.

3. После разделения на секторы, в каждом из них точки выпуклой оболочки преобразуют, исходя из плотности распределения обучающей выборки предварительно заданного класса, в точки расширенной выпуклой оболочки класса $\hat{b}_i = \left(x_1^{\hat{b}_i}, x_2^{\hat{b}_i}, \dots, x_n^{\hat{b}_i}\right)$, $i = \overline{1,F}$, где *F* – количество точек, образующих расширенную выпуклую оболочку класса, по формуле:

$$\begin{cases} x_1^{\hat{b}_i} = x_1^c + \frac{\left(x_1^c - x_1^{b_i}\right) * \rho(c, \hat{b}_i)}{\rho(c, b_1)} \\ x_2^{\hat{b}_i} = x_2^c + \frac{\left(x_2^c - x_2^{b_i}\right) * \rho(c, \hat{b}_i)}{\rho(c, b_2)} \\ \dots \\ x_n^{\hat{b}_i} = x_n^c + \frac{\left(x_n^c - x_n^{b_i}\right) * \rho(c, \hat{b}_i)}{\rho(c, b_i)} \end{cases}, \tag{1}$$

где $\rho(C, b_i)$ – евклидово расстояние от центральной точки C класса до точки b_i; $\rho(C, \hat{b}_i)$ – евклидово расстояние от центральной точки C класса до точки $\hat{b}_i$.

Евклидово расстояние от центральной точки C класса до точки расширенной выпуклой оболочки класса определяют по формуле:

$$\rho(C, \hat{b}_i) = H' \frac{\rho(c, b_i)}{H}, \tag{2}$$

где H – сумма евклидовых расстояний от центральной точки C класса до соответствующих точек выпуклой границы, H' – сумма евклидовых расстояний от центральной точки C класса до т соответствующих точек расширенной выпуклой границы, определяемая плотностью распределения объектов класса в секторе.

Сумму евклидовых расстояний H от центральной точки C класса до точки b_i и соседней точки b_{i-1} определяют по формуле:

$$H = \rho(C, b_i) + \rho(C, b_{i-1}), \tag{3}$$

где $\rho(C, b_i)$ – евклидово расстояние от центральной точки C до точки b_i; $\rho(C, b_{i-1})$ – евклидово расстояние от центральной точки C до точки b_{i-1}.

Сумму евклидовых расстояний $H^{'}$ от центральной точки C класса до точки $\widehat{b}_i$ и соседней точки $\widehat{b}_{i-1}$, определяемую плотностью распределения объектов класса в секторе, вычисляют по формуле:

$$H^{'} = H + \left(\frac{H}{\sum_{z=1}^{S^k} {}^{h_z}/_{H} * {}^{1}/_{S^k}} - H\right) * \frac{S^k}{{}^{T}/_{k}}, \quad (4)$$

где S^k – количество точек в текущем секторе класса; k – количество секторов в классе; T – общее количество точек в классе; h_z – сумма евклидовых расстояний от точки внутри сектора t_f, $f = \overline{1, S^k}$ до точки b_i и точки b_{i-1}.

Сумму евклидовых расстояний h_z от точки внутри сектора t_f до точки b_i и точки b_{i-1} определяют по формуле:

$$h_z = \rho(t_f, b_i) + \rho(t_f, b_{i-1}). \quad (5)$$

Для каждой точки расширенной выпуклой оболочки класса, входящей одновременно в два соседних сектора, вычисляют и усредняют между собой, соответственно, два комплекта координат, определяют расширенную выпуклую оболочку класса, соединяя точки $\widehat{b}_i$.

4. Далее в каждом секторе в выпуклую оболочку класса добавляют точки a_j, которые находятся на минимальном расстоянии от двух соседних точек выпуклой оболочки, причем, их добавление в оболочку производят при условии, что другие точки не окажутся вне оболочки класса, при этом $a_j = (x_1^a, x_2^a, \dots, x_n^a)$, $j = \overline{1, G}$, где $(x_1^a, x_2^a, \dots, x_n^a)$ – координаты точки в *n*-мерном пространстве признаков; *G* – количество добавленных точек.

Формируют вогнутую по форме и минимальную по площади оболочку класса, соединяя точки b_i и точки a_j, затем добавленные в выпуклую оболочку класса точки a_j преобразуют в точки $\hat{a}_j = \left(x_1^{\hat{a}_j}, x_2^{\hat{a}_j}, \dots, x_n^{\hat{a}_j}\right), j = \overline{1,G}$, где $\left(x_1^{\hat{a}}, x_2^{\hat{a}}, \dots, x_n^{\hat{a}}\right)$ – координаты точки в n-мерном пространстве признаков; G – количество добавленных точек $\hat{a}_j$, по формуле:

$$\begin{cases} x_1^{\hat{a}_j} = x_1^{\hat{b}_i} - \frac{\rho(\hat{b}_i, \hat{b}_{i-1})}{\rho(b_i, b_{i-1})} * (x_1^{b_i} - x_1^{a_j}) \\ x_2^{\hat{a}_j} = x_2^{\hat{b}_i} - \frac{\rho(\hat{b}_i, \hat{b}_{i-1})}{\rho(b_i, b_{i-1})} * (x_2^{b_i} - x_2^{a_j}), \\ \dots \\ x_n^{\hat{a}_j} = x_n^{\hat{b}_i} - \frac{\rho(\hat{b}_i, \hat{b}_{i-1})}{\rho(b_i, b_{i-1})} * (x_n^{b_i} - x_n^{a_j}) \end{cases} \tag{6}$$

где $\rho(b_i, b_{i-1})$ – евклидово расстояние между соседними точками выпуклой оболочки b_i и b_{i-1}; $\rho\left(\hat{b}_i, \hat{b}_{i-1}\right)$ – евклидово расстояние между соседними точками расширенной выпуклой оболочки.

5. Далее формируют окончательную оболочку класса, соединяя точки $\hat{b}_i$ и точки $\hat{a}_j$. Добавление в итоговую границу точек позволяет учитывать форму распределения объектов класса в евклидовом пространстве.

Классификатор считают обученным и готовым к использованию, когда на основании математической модели и разработанного метода построены границы каждого класса.

Для использования классификатора исследуемый объект помещают в n-мерное пространство признаков. Координатами исследуемого объекта являются его характеристики. Далее осуществляют проверку попадания исследуемого объекта по его координатам в n-мерном пространстве признаков в каждую из областей, определяемых границами N предварительно заданных классов.

Такой подход к задаче классификации позволяет не только распределить объекты на классы, но и повысить точность работы системы, указав на объекты, не относящиеся ни к одному из интересующих классов.

Литература

1. Rifkin R., Aldebaro K. 2004. In Defense of One-Vs-All Classification. Journal of Machine Learning Research. №vol, 5: 101–141. URL: jmlr.org/papers/volume5/rifkin04a/rifkin04a.pdf.
2. Комарцова Л. Г., Максимов А. В. Нейрокомпьютеры: Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. - 320 с.
3. Круглов В. В., Борисов В. В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. М.: Горячая линия-Телеком, 2001. – С. 382.
4. Гонсалес Р., Вудс Р. «Цифровая обработка изображений». М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
5. Ясницкий Л.Н. Введение в искусственный интеллект: Учебное пособие для студ. высш. учебн. заведений. М.: Издательство «Академия», 2005. 176 с.
6. Shapiro M.J., Bonhab G.M. Cognitive processes and foreign policy decision-making. International Studies Quarterly. 1973. №17. pp.147-174.
7. Коротеев М.В. Обзор некоторых современных тенденций в технологии машинного обучения. // E-Management. 2018. №1. С. 26-35. URL: doi.org/10.26425/2658-3445-2018-1-26-35.
8. Гданский Н.И., Рысин М.Л., Крашенинников А.М. Линейная классификация объектов с использованием нормальных гиперплоскостей. // Инженерный вестник Дона, 2012, № 4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4ply2012/1324/.

9. Гданский Н.И., Крашенников А.М. Бинарная кластеризация объектов в многомерных пространствах признаков // Труды Социологического конгресса. РГСУ, 2012. С. 94-989.
10. Крашнин А.М., Гданский Н.И. Рысин М.Л Построение сложных классификаторов для объектов в многомерных пространствах. // Инженерный вестник Дона, 2013, № 2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2ply2013/1611/

References

1. . Rifkin R., Aldebaro K. Journal of Machine Learning Research. 2004. №5. pp. 101–141. URL: jmlr.org/papers/volume5/rifkin04a/rifkin04a.pdf
2. Komartsova L.G., Maksimov A.V. Neyrokompyutery: Uchebnoye posobie dlya vuzov [Neurocomputers: A textbook for universities]. Moskva, Izdatel`stvo MGTU N.E. Baumana, 2002. p. 320.
3. Kruglov V.V., Borisov V.V. Iskusstvennye neyronnye seti. Teoriya i praktika [Artificial neural networks. Theory and practice]. Moskva, Goryachaya liniya-Telekom, 2001. p. 382.
4. Gonzalez R., Woods R. Tsifrovaya obrabotka izobrazenii [Digital image processing]. M.: Tecnosfera, 2005. p. 1072.
5. Yasnitsky L.N. Vvedenie v iskusstvenny intellekt: Uchebnoye posobie dlya studentiov vysshikh uchebnykh zavedeniy [Introduction to Artificial Intelligence: A textbook for students of higher educational institutions]. Moskva, Izdatel`stvo “Akademiya”, 2005. p. 176.
6. Shapiro M.J., Bonhab G.M. International Studies Quarterly. 1973. №17. p.147-174.
7. Koroteev M.V. E-Management. 2018. №1. pp. 26-35. URL: doi.org/10.26425/2658-3445-2018-1-26-35

8. Gdansky N.I., Rysin M.L., Krashennikov A.M. Inzhenerny vestnik Dona, 2012, № 4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4ply2012/1324/.
9. Gdansky N.I., Krashennikov A.M. Trudy Sotsiologicheskogo kongressa. RSGU, 2012. pp. 94-98.
10. Krashennikov A.M., Gdansky N.I., Rysin M.L. Inzhenerny vestnik Dona, 2013, № 2. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n2ply2013/1611/.