

## Частотная изменчивость вертикального профиля первой нормальной волны давления и колебательной скорости в волноводе мелкого моря

*В.А. Лисютин, О.Р. Ластовенко, К.А. Рыбакова, В.Л. Лучин, Н.В. Петренко,  
А.А. Ярошенко*

*Севастопольский государственный университет, Севастополь*

**Аннотация:** Статья посвящена анализу вертикальной структуры акустического поля давления и колебательной скорости первой моды в гидроакустическом волноводе мелкого моря. Рассматривается волновод, состоящий из водного слоя с постоянным профилем скорости звука, дна в виде переходного слоя и полупространства. Акустические характеристики переходного слоя принимаются зависящими от частоты звука. Выводятся формулы, описывающие вертикальный профиль нормальной волны колебательной скорости. Анализируется трансформация вертикального профиля первой моды с увеличением частоты. Анализируются разностно-фазовые соотношения между нормальной волной акустического давления и колебательной скоростью. Устанавливается связь между изменением вертикальной структуры нормальной волны давления и колебательной скорости и акустическими характеристиками переходного слоя.

**Ключевые слова:** нормальные волны, колебательная скорость, морское дно, коэффициент затухания.

**Введение.** Значительная доля акватории северо-западной части Черного и все Азовское море с глубинами  $\approx 20$  м – мелкое море, в котором звуковое поле определяется акустическими характеристиками слоистого дна [1]. Основным методом теоретического анализа акустических полей в горизонтально-слоистых волноводах является метод нормальных волн [1].

Изменение пространственной структуры нормальных волн давления в зависимости от частоты и характеристик дна исследовалось методами математического экспериментирования в серии давних работ Н.С. Агеевой и В.Д. Крупина [2]. Решению обратной задачи – восстановлению акустических характеристик морских осадков с помощью анализа вертикальной структуры нормальных волн давления и колебательной скорости (КС) посвящены работы [3, 4].

В настоящее время разработаны параметрические излучатели, обладающие узкой диаграммой направленности, способные селективно возбуждать только первую нормальную волну [5,6].

Целью настоящей статьи является выявление связи между вертикальной структурой первой нормальной волны давления и вертикальной компоненты КС с толщиной промежуточного слоя и его акустическими свойствами. Особый интерес представляет установление разностно – фазовых соотношений между полями нормальных волн давления и компонент КС:  $\Delta\varphi^{(pr)}(z) = \varphi^{(p)}(z) - \varphi^{(r)}(z)$  – разность фаз между колебаниями давления и горизонтальной компоненты КС,  $\Delta\varphi^{(pz)}(z) = \varphi^{(p)}(z) - \varphi^{(z)}(z)$  – между давлением и вертикальной компонентой КС.

**Постановка задачи.** Рассмотрим модель волновода с изоскоростным водным слоем «1» глубиной  $h$ , жидким донным слоем «2» толщиной  $d$  и жидким полупространством «3» – рис. 1. Скорости звука в средах «1», «2», «3» –  $c_1, c_2, c_3$ , их плотности –  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ , , причем  $c_1 < c_2 < c_3$  и  $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ . Затухание в средах характеризуется тангенсами потерь  $\beta_2$  и  $\beta_3$ . Величина потерь в промежуточном слое считается зависящей от частоты [7,8], величина потерь в полупространстве – постоянной.

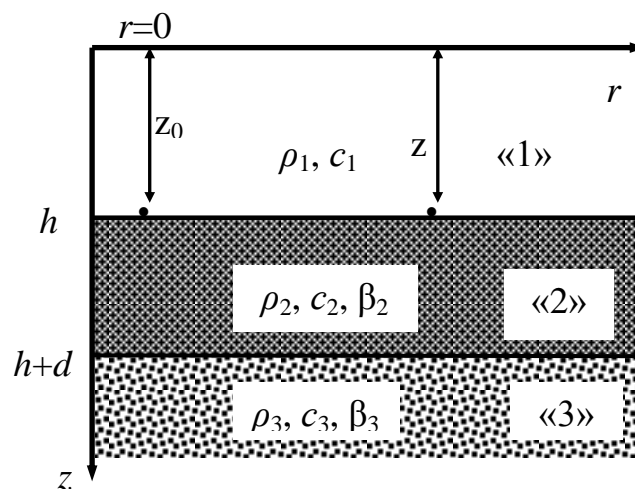


Рис.1 – Схема трехслойного волновода

Преимущество такой модели волновода в том, что вертикальные профили мод давления выражаются аналитически.

**Дисперсионное уравнение и волновые числа.** Для вычисления волновых чисел мод дисперсионное уравнение целесообразно записать в виде [9, 10]:

$$1 + V \exp(2ib_1h) = 0, \quad (1)$$

где  $b_1$  – вертикальное волновое число (проекция волнового вектора  $\mathbf{k}$  на ось  $z$ ,  $k = \omega/c_1$ ) в водном слое,  $V$  – коэффициент отражения от слоистого дна.

Для численного решения уравнение (1) было преобразовано к виду

$$-2hb_{1l} + (2l - 1)\pi - i \ln(V) = 0, \quad (2)$$

$l=1, 2, 3, \dots$  – номер моды. Коэффициент отражения  $V$  в формуле (2) и входной импеданс дна  $Z_{in}$  рассчитывался по формулам [9]:

$$V = \frac{Z_{in} - Z_1}{Z_{in} + Z_1}, \quad Z_{in} = \frac{Z_3 - iZ_2 \operatorname{tg}(b_2d)}{Z_2 - iZ_3 \operatorname{tg}(b_2d)} Z_2, \quad (3)$$

где  $b_2$  – вертикальное волновое число в промежуточном слое «2»,  $Z_{1,2,3} = \omega \rho_{1,2,3} / b_{1,2,3}$  – импедансы слоев «1», «2» и полупространства «3». Вертикальные волновые числа в промежуточном слое и полупространстве в формуле (3) были выражены через  $b_1 = b_{1l}$  с помощью соотношений:

$$b_2 = b_{2l} = \sqrt{k_2^2 - \xi_l^2}, \quad b_3 = b_{3l} = \sqrt{k_3^2 - \xi_l^2}, \quad \xi_l = -\sqrt{k_1^2 - b_{1l}^2},$$

где  $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$ ,  $k_{2,3} = \frac{\omega}{c_{2,3}} (1 - i\beta_{2,3})$ ,  $\beta_{2,3}$  – тангенс потерь в промежуточном слое

и полупространстве соответственно.

**Поле нормальных волн давления и КС.** Наиболее просто поле компонент КС отдельной нормальной волны можно получить, используя дифференциальную связь между КС и давлением. Акустическое давление  $p(r, z)$  гармонического источника и компоненты вектора КС  $\mathbf{v}$  в плоскостром волноводе связаны друг с другом соотношением [11]:

$$v_z = \frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p(r, z)}{\partial z}, \quad v_r = \frac{1}{i\omega\rho} \frac{\partial p(r, z)}{\partial r},$$

В зависимости от свойств соприкасающихся сред, при построении решения уравнения Гельмгольца для давления применяют известные типы граничных условий: равенства нулю давления на свободной границе жидкости; равенства нулю нормальной к абсолютно жесткой границе составляющей КС; условие непрерывности давления и нормальной составляющей КС на границе двух жидких сред.

Функции вертикальных профилей нормальных волн давления описываются выражениями, соответственно в водном и промежуточном слое:

$$p_l(z) = \sin(b_{1l}z), \quad 0 \leq z \leq h,$$

$$p_l(z) = (A \sin(b_{2l}z) + B \cos(b_{2l}z)) \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad h \leq z \leq h+d,$$

где  $A = \frac{b_{1l}}{b_{2l}} \cos(b_{2l}h) \cos(b_{1l}h) + \frac{\rho_1}{\rho_2} \sin(b_{2l}h) \sin(b_{1l}h),$

$$B = -\frac{b_{1l}}{b_{2l}} \sin(b_{2l}h) \cos(b_{1l}h) + \frac{\rho_1}{\rho_2} \cos(b_{2l}h) \sin(b_{1l}h).$$

Профили мод комплексны. Записав мгновенное акустическое поле нормальной волны в виде:

$$p_l(z, t) = \operatorname{Re}(p_l(z) \exp(-i\omega t)) = |p_l(z)| \operatorname{Re}(\exp(-i(\omega t - \arg(p_l)))) ,$$

где  $|p_l(z)|$  - модуль комплексной амплитуды поля,  $\arg(p_l(z)) = \arctg\{\operatorname{Im}(p_l(z))/\operatorname{Re}(p_l(z))\}$ , можно видеть, что фаза колебаний нормальной волны не будет оставаться постоянной по глубине, что является следствием утечки энергии в полупространство.

Функции вертикальных профилей нормальных волн горизонтальной и вертикальной компонент КС, соответственно в водном и промежуточном слое описываются выражениями:

$$v_{r_1}(z) = \xi_l \sin(b_{1l}z), \quad 0 \leq z \leq h,$$

$$v_{z_1}(z) = b_{1l} \cos(b_{1l}z), \quad 0 \leq z \leq h,$$

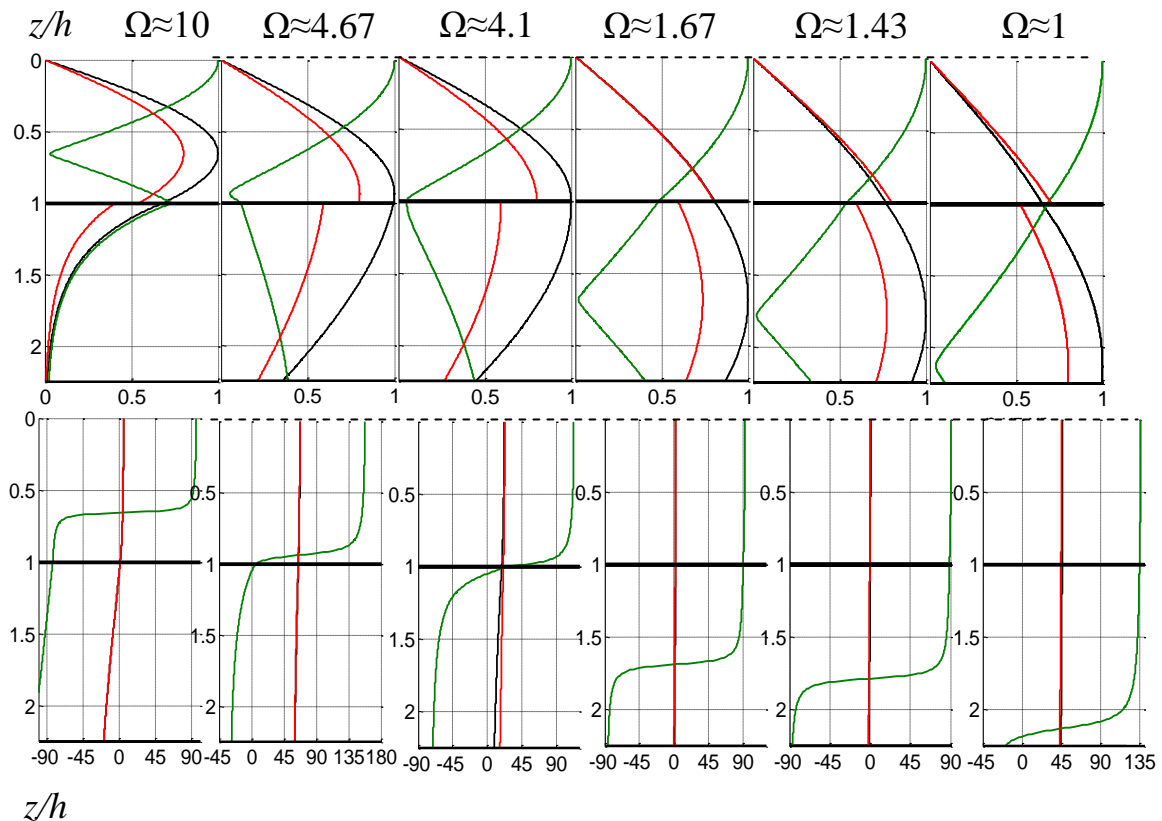
$$v_{r_2}(z) = \xi_l (A \sin(b_{2l}z) + B \cos(b_{2l}z)) \rho_1 / \rho_2, \quad h \leq z \leq h+d.$$

$$v_{z_2}(z) = b_{2l} A \cos(b_{2l}z) - B b_{2l} \sin(b_{2l}z), \quad h \leq z \leq h+d.$$

Рассмотрим представленные на рис.2 вертикальные профили мод в волноводе со следующими физическими и акустическими характеристиками слоев. Для минимизации влияния дисперсии скорости звука в осадках и частотной зависимости затухания переходный слой предполагается состоящим из ила с  $\rho_2 \geq \rho_1$  и  $c_2 \geq c_1$ , полупространство – из песка. Полагаем:  $\rho_2 = 1200 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_H = 2000 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_2 = 1550 \text{ м/с}$ ,  $\gamma_2 = 0.005$ ,  $\gamma_H = 0.03$ ,  $d = 25 \text{ м}$ . Предельный угол скольжения на границе водный промежуточный слой  $\chi_{12} \approx 14^\circ$ , на границе водный слой – полупространство  $\chi_c \approx 41^\circ$ . На рис.2 « $\Omega$ » - отношение частоты звука  $f$  к критической частоте первой моды  $f_{cr}$ .

Предельный угол скольжения на границе водный промежуточный слой  $\chi_{12} \approx 14^\circ$ , на границе водный слой – полупространство  $\chi_c \approx 41^\circ$ . На рис.2 « $\Omega$ » - отношение частоты звука  $f$  к критической частоте первой моды  $f_{cr}$ .

Частота  $\Omega \approx 10$ ,  $\chi = 9.12^\circ$ ,  $\chi < \chi_{12}$ . Максимумы на профилях  $|p_1|$ ,  $|v_r|$ , соответственно минимум  $|v_z|$  и глубина, где фаза колебаний вертикальной компоненты КС  $\varphi_z(z)$  изменяется на  $180^\circ$  расположены несколько ниже середины водного слоя. На этой частоте промежуточный слой оказывается эквивалентен полупространству, а «трехслойная» модель – волноводу Пекериса с дном в виде полупространства. Разность фаз  $\varphi_p(z) - \varphi_r(z)$  составляет сотые доли градуса, изменение фазы  $\varphi_p(z=0) - \varphi_p(z=h) = 3.5^\circ$ , наибольший градиент – у дна.



$|p(z)|$  – (—),  $|v_z(z)|$  – (—),  $|v_r(z)|$  – (—), относит. единицы  
 $\arg(p(z))$  – (—),  $\arg(v_z(z))$  (—),  $\arg(v_r(z))$  (—),  
 угловые градусы

Рис. 2 – Вертикальная структура профиля первой моды (сверху) и разностно-фазовые соотношения (снизу)

При понижении частоты до  $\Omega \approx 4.67$  (70 Гц), где  $\chi=16.6^\circ > \chi_{12}$  в формировании поля вовлекается промежуточный слой. Максимумы на профилях  $|p_1|$ ,  $|v_r|$  смещаются в направлении дна, «вогнутость» на участке  $p(h < z < h+d)$  сменяется на «выпуклость». Фаза  $\varphi_p$  и  $\varphi_r$  смещается на  $\approx 67^\circ$ ,  $\text{Im}(p_1) > \text{Re}(p_1)$ , модальный коэффициент поглощения  $\alpha_1 = 8.68 \cdot \text{Im}(\xi_1)$  имеет максимум, разность фаз  $\varphi_p(z) - \varphi_r(z) < 1^\circ$ , изменение фазы  $\varphi_p(z=0) - \varphi_p(z=h) \approx 2.5^\circ$ . На этой частоте «прозрачность» промежуточного слоя максимальна.

Частота  $\Omega \approx 4.1$  (61 Гц) соответствует нулевому значению фазы коэффициента отражения, здесь  $\text{Im}(Z_{in})=0$  (на высших частотах  $\text{Im}(Z_{in}) < 0$ , на

низших - наоборот). Максимумы на профиле  $|p_1|$ ,  $|v_r|$  и минимум  $|v_z|$  расположены на границе водный слой – дно, здесь же и происходит изменение фазы  $\varphi_z(z)$ , а общий сдвиг фазы  $\varphi_p(z)$  и  $\varphi_r(z)$  составляет  $\approx 22^\circ$ .

На частоте  $\Omega \approx 1.43$  (21 Гц) модуль коэффициента отражения  $|V|$  максимален,  $\text{Im}(b_1)$  – минимально, поле давления в водном слое почти вещественно, общий сдвиг фазы  $\varphi_p(z)$  и  $\varphi_r(z)$  приближается к нулю.

На критической частоте  $\Omega \approx 1$  ( $\chi \approx 41^\circ$ ) максимумы на профиле  $|p_1|$ ,  $|v_r|$ , минимум  $|v_z|$  и глубина, на которой происходит изменение фазы  $\varphi_z(z)$ , приближаются к границе полупространства. Таким образом, на критической частоте водный и промежуточный слой представляют единый волновод с вертикальной структурой первой моды, совпадающей с простейшей моделью Пекериса, где дно представляется в виде полупространства.

**Выводы.** Методом математического экспериментирования показано, что измерение вертикального профиля первой нормальной волны давления и вертикальной компоненты колебательной скорости позволяет путем сопоставления измеренных профилей с модельными определить толщину промежуточного слоя осадков в приближении жидко-слоистой модели волновода с изоскоростными слоями.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и города Севастополь в рамках научного проекта № 18-42-920001.*

### Литература

1. Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. Fundamentals of shallow water acoustics. New York, Dordrecht, Heidelberg, London: Springer, 2012. 540 p.
2. Агеева Н.С., Крупин В.Д. и др. Построение геоакустической модели дна в мелком море // Акустический журнал, 1994. Т. 40. № 2. С. 181 – 188.
3. Белов А.И., Кузнецов Г.Н. Оценка акустических характеристик поверхностных слоев морского дна с использованием четырехкомпонентных

векторно-скалярных приемников // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 194 – 202.

4. Белов А.И., Кузнецов Г.Н. Пространственное затухание различных составляющих звуковых полей в водном слое и в осадках мелкого моря // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 614 – 622.

5. Воронин В.А., Пивнев П.П., Тарасов С.П. Широкополосные гидроакустические антенны систем экологического мониторинга водной среды и придонных осадочных пород // Инженерный вестник Дона, 2015, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2015/3476](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2015/3476).

6. Кириченко А.А. Излучающая антенная решетка профилографа // Инженерный вестник Дона, 2018, №4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5318](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5318)

7. Лисютин В.А. Обобщенная реологическая модель неконсолидированных морских осадков с внутренним трением и эффективной сжимаемостью // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 1. С. 85 – 100.

8. Лисютин В.А. Ластовенко О.Р. Оценка влияния внутреннего и вязкого трения на дисперсию и затухание звука в неконсолидированных морских осадках // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 4. С. 420–436. DOI: 10.31857/S0320791920040061

9. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.

10. Buckingham M.J., Giddens E.M. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. N. 1. pp. 123 – 147.

11. Елисеевнин В.А. Тужилкин Ю.И. Поток акустической мощности в волноводе // Акуст. журн. 2001. Т.47. № 6. С. 781–788.

---



## References

1. Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. Fundamentals of shallow water acoustics. New York, Dordrecht, Heidelberg, London: Springer, 2012. 540 p.
2. Ageyeva N.S., Krupin V.D. i dr. Akusticheskiy zhurnal 1994. V. 40. N. 2. pp. 181 – 188.
3. Belov A. I., Kuznetsov G. N. Acoust. Phys. 2016. V. 62, N. 2. pp. 194 – 201.
4. Belov A. I., Kuznetsov G. N. Acoust. Phys. 2017. V. 63, N. 6. pp. 652 – 659.
5. Voronin V.A., Pivnev P.P., Tarasov S.P. Inzhenernyj vestnik Dona, 2015, №4 (part 2). URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2015/3476](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4p2y2015/3476)
6. Kirichenko A.A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2018, №4 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5318](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5318)
7. Lisyutin, V.A., 2019. Physical Oceanography. 2019. V. 26. N.1, pp. 77-91.
8. Lisyutin V.A. Lastovenko O.R. Acoustical Physics 2020. V. 66. N.4. pp. 401–415. doi.org/10.1134/S1063771020040065.
9. Brekhovskikh L.M. Volny v sloistyh sredah [Waves in layered media]. New York: Academic Press, 1960. 561 p.
10. Buckingham M.J., Giddens E.M. J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 119. N. 1. pp. 123 – 147.
11. Eliseevnin V.A. Tuzhilkin Yu.I. Akusticheskiy zhurnal 2001. V. 47. N. 6. pp. 181 – 188.