

# Методика определения динамических характеристик гидролитосферного процесса с программной реализацией в модуле программы «KALIGOR-MISMATCH»

## И.В. Калиберда

#### «Северо-Кавказский федеральный университет», Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

Аннотация: В данной работе описывается методика определения параметров гидравлического уравнения, применяемая в построении математической модели месторождения. Приводится пример модели, описывающей процесс геофильтрации. Для решения уравнения геофильтрации строится дискретная модель объекта. Приводится структура аппроксимирующего звена для данного класса объектов. Описываются этапы определения параметров аппроксимирующего звена. Методика сопровождается примером расчетов для березовского участка Кисловодского месторождения. Графики функций входного воздействия и функции выхода, необходимые для определения фазового сдвига, реализованы с помощью разработанного программного модуля KALIGOR-MISMATCH. Данная методика является составной частью частотного метода синтеза многомерных систем, когда входные воздействия в распределенный регулятор реализуются в виде дискретной функции по пространству. Метод синтеза регуляторов может применяться при описании устойчивости гидродинамических систем.

**Ключевые слова:** Параметры гидравлического уравнения, аппроксимирующее звено, частотный метод синтеза многомерных систем, фазовый сдвиг.

#### Введение

Проблема охраны подземных вод от истощения и загрязнения остается актуальной во все времена [1,2]. Поэтому на современном этапе в практике эксплуатации месторождений минеральных вод стоит острая задача их рационального использования. Создание системы мониторинга и управления процессом добычи природных ресурсов позволило бы избежать ряда проблем, ухудшением связанных С качества воды И нарушением гидродинамических процессов месторождений, ведущих к разрушению водоносных пластов. Однако, полученная добывающими предприятиями, оперативная информация об изменении гидродинамических параметров водоносного пласта обрабатывается бессистемно и не оперативно. В связи с этим предлагается использовать измеренные значения в качестве данных



системы контроля состояния месторождений и эффективного управления процессом добычи. Для реализации данного решения необходима разработка системы автоматизированного управления, способная анализировать происходящие изменения и вносить корректировки в параметры добычи.

Существуют методы моделирования гидрогеологических систем, месторождениях. При реализованные на различных проведении гидрогеологических исследований были использованы статические И фильтрационные модели. Выбор модели обусловлен поставленной задачей [3]. Особенностью фильтрационных моделей является наиболее точное описание геологического строения месторождения. При составлении модели данного типа, помимо процессов перетекания, учитывается такой набор внешних факторов на реальный объект, как количество выпадающих осадков, различная глубина залегания пород и другие, что способствует значительному увеличению времени вычислительного процесса [4] и, как требует больших вычислительных мощностей. Развитие следствие, компьютерных технологий в настоящее время позволило реализовать возросшие требования к точности результатов научных исследований, и как следствие, свое распространение получило фильтрационное моделирование в трёхмерном пространстве. При описании характера протекания гидродинамических процессов на добывающих скважинах основное направление развития получили методы моделирования месторождений с использованием уравнений геофильтрации. Достоверность результатов применения геофильтрационной модели подробно описана в [5]. Реализация геофильтрационной модели происходит посредством описания уравнения в частных производных. За основу было взято уравнение теплопроводности [6]. При этом описываются граничные условия, а исходными данными выступают геометрические и физические параметры водоносных горизонтов, характеристики их взаимного влияния и т.д. Получение данных происходит в



ходе натурных измерений. Основная сложность при создании модели заключается в обеспечении точности соответствия результатов моделирования оригиналу. Если на данном этапе не учесть существенных свойств распределенного объекта, то в итоге возможно получить описание совсем другого процесса.

#### Постановка задачи

В связи с этим, для проверки необходимо применять методику верификации [7]. Под верификацией дискретной модели будем полагать достижение близости статических И динамических характеристик, полученных в результате натурных измерений по скважине и статических и динамических характеристик дискретной модели. Примером описания гидродинамических процессов месторождения с помощью трехмерной математической модели является метод, разработанный Малковым А.В. и Першиным И.М. [5]. В качестве объекта было изучено Георгиевское месторождение. В модели были описаны три пласта месторождения. Разработанная модель дает описание процесса геофильтрации с учетом воздействия на эксплуатируемый пласт и грунтовых вод, и нижнего водоносного пласта. Система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_{1}(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta_{1}^{*}} \left( k_{1,x} \frac{\partial^{2} H_{1}(x, y, z, \tau)}{\partial x^{2}} + k_{1,y} \frac{\partial^{2} H_{1}(x, y, z, \tau)}{\partial y^{2}} + k_{1,z} \frac{\partial^{2} H_{1}(x, y, z, \tau)}{\partial z_{1}^{2}} \right); \\ \frac{\partial H_{2}(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta_{2}^{*}} \left( k_{2,x} \frac{\partial^{2} H_{2}(x, y, z, \tau)}{\partial x^{2}} + k_{2,y} \frac{\partial^{2} H_{2}(x, y, z, \tau)}{\partial y^{2}} + k_{2,z} \frac{\partial^{2} H_{2}(x, y, z, \tau)}{\partial z_{2}^{2}} \right) + V \cdot \delta(x_{0}, y_{0}); \\ \frac{\partial H_{3}(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta_{3}^{*}} \left( k_{3,x} \frac{\partial^{2} H_{3}(x, y, z, \tau)}{\partial x^{2}} + k_{3,y} \frac{\partial^{2} H_{3}(x, y, z, \tau)}{\partial y^{2}} + k_{3,z} \frac{\partial^{2} H_{3}(x, y, z, \tau)}{\partial z_{3}^{2}} \right); \quad , \quad (1) \\ 0 < x < L_{x}; 0 < y < L_{y}; 0 < z < L_{zi}; (i = 1, 2, 3), \end{cases}$$

где  $\eta^*$  – параметр упругоемкости пласта, 1/м;  $k_x$  – фильтрация по x, м/сут;  $k_y$  – фильтрация по y, м/сут;  $k_z$  – фильтрация по z, м/сут; H – давление воды в пласте, м; i – порядковый номер пласта в срезе.



Для верхней границы верхнего пласта условия имеют вид:

$$\partial h_1(x, y, 0, \tau) / \partial z = 0$$

Для нижней границы второго пласта условие будет иметь вид:

$$\partial H_2(x, y, L_{z_2}, \tau) / \partial z = 0.$$

Граничные условия по бокам моделируемой области будут иметь вид:

$$h_{1}(0, y, z, \tau) = h_{1,0}; H_{2}(0, y, z, \tau) = H_{2,0},$$
  
$$\partial h_{1}(L_{x}, y, z, \tau) / \partial x = 0; \ \partial H_{2}(L_{x}, y, z, \tau) / \partial x = 0$$

где *h*<sub>1.0</sub>, *H*<sub>2.0</sub> – начальные состояния грунтовых вод пластов.

Числовые значения определяются по результатам опытнофильтрационных работ. Данные параметры отражают понижение уровня на границах пласта (по выбранной координате) и распределение этого уровня в начальный момент времени.

Для определения динамических характеристик месторождения минеральных вод необходима дискретная модель объекта. Схема дискретизации пласта представлена на рис. 1.



Рис. 1 – Схема дискретизации



Для грунтовых вод модель уравнение примет вид:

$$\frac{\Delta h_{1,\eta,\gamma,\xi}}{\Delta \tau} = k_{1,x} \frac{h_{1,\eta-1,\gamma,\xi} - 2 \cdot h_{1,\eta,\gamma,\xi} + h_{1,\eta+1,\gamma,\xi}}{(\Delta x)^2} + \\
+ k_{1,y} \frac{h_{1,\eta,\gamma-1,\xi} - 2 \cdot h_{1,\eta,\gamma,\xi} + h_{1,\eta,\gamma+1,\xi}}{(\Delta y)^2} + \\
+ k_{1,z} \frac{h_{1,\eta,\gamma,\xi-1} - 2 \cdot h_{1,\eta,\gamma,\xi} + h_{1,\eta,\gamma,\xi+1}}{(\Delta z_1)^2};$$
(2)
$$2 < \eta < N_x - 1; 2 < \gamma < N_y - 1; 2 < \xi < N_{z_i} - 1,$$

где  $N_x$ ,  $N_y$  – количество точек по координатам x и y;  $N_{zi}$  – количество точек іго пласта по координате z;  $\eta$ ,  $\gamma$ ,  $\xi$  – координаты.

Для второго пласта модель будет иметь аналогичный вид, но с учетом входного воздействия (дебит) [8]:

$$\frac{\Delta H_{2,\eta,\gamma,\xi}}{\Delta \tau} = \frac{1}{\eta_2} \left( k_{2,x} \frac{H_{2,\eta-1,\gamma,\xi} - 2 \cdot H_{2,\eta,\gamma,\xi} + H_{2,\eta+1,\gamma,\xi}}{(\Delta x)^2} + k_{2,y} \frac{H_{2,\eta,\gamma-1,\xi} - 2 \cdot H_{2,\eta,\gamma,\xi} + H_{2,\eta,\gamma+1,\xi}}{(\Delta y)^2} + k_{2,z} \frac{H_{2,\eta,\gamma,\xi-1} - 2 \cdot H_{2,\eta,\gamma,\xi} + H_{2,\eta,\gamma,\xi+1}}{(\Delta z_2)^2} \right) + V_{2,\gamma} \cdot \delta_{\eta,\gamma,\xi};$$
(3)

 $2 < \eta < N_x - 1;$   $2 < \gamma < N_y - 1;$   $2 < \xi < N_{z2} - 1$ 

Граничные условия для модели между пластами:

$$\begin{split} h_{\mathbf{1},\eta,\gamma,N_{z1}} &= h_{\mathbf{1},\eta,\gamma,N_{z1}} + b_{\mathbf{1}} \cdot \left(H_{2,\eta,\gamma,\mathbf{1}} - h_{\mathbf{1},\eta,\gamma,N_{z1}}\right) \cdot \Delta \tau \\ H_{2,\eta,\gamma,\mathbf{1}} &= H_{2,\eta,\gamma,\mathbf{1}} - b_{\mathbf{1}} \cdot \left(H_{2,\eta,\gamma,\mathbf{1}} - h_{\mathbf{1},\eta,\gamma,N_{z1}}\right) \cdot \Delta \tau \end{split},$$

Верхняя граница верхнего пласта:

$$h_{1,\eta,\gamma,1} = h_{1,\eta,\gamma,2}$$
,  $2 < \eta < N_x - 1$ ;  $2 < \gamma < N_y - 1$ .

Нижняя граница третьего пласта:

$$H_{2,\eta,\gamma,N_{z^2}} = H_{2,\eta,\gamma,N_{z^2}-1}, 2 < \eta < N_x - 1; 2 < \gamma < N_y - 1.$$



Граничные условия по координате у записываются с учетом отсутствия влияния от возмущения:

$$\begin{split} h_{1,\eta,1,\xi} &= h_{1,\eta,N_{y},\xi} = h_{1,1,\gamma,\xi} = h_{1,0,\xi},\\ H_{i,\eta,1,\xi} &= H_{i,\eta,N_{y},\xi} = H_{i,1,\gamma,\xi} = H_{i,0}, \text{ (i=1,2)}\\ 2 &< \eta < N_{x} - 1; 2 < \xi < N_{z_{2}} - 1,\\ H_{i,N_{x},\gamma,\xi} &= H_{i,N_{x} - 1,\gamma,\xi}, \text{ (i=1,2)},\\ 2 &< \gamma < N_{y} - 1; \quad 2 < \xi < N_{z} - 1. \end{split}$$

Суть методики верификации состоит в сравнении параметров реакции реального объекта и параметров реакции модели. Если показатель погрешности больше 20%, то необходима корректировка параметров, позволяющая повысить сходимость данных до необходимого значения.

## Описание метода решения задачи

Большинство математических моделей распределенных объектов нельзя решить аналитически. Для описания характеристик рассматриваемых процессов целесообразно использовать разработанные структуры нестандартных аппроксимирующих звеньев. В работах [8, 9] достаточно подробно описаны передаточные функции распределенных звеньев. Реакция объекта по выбранной моде  $(\eta, \gamma)$  входного воздействия будет представлена в виде:

$$W_{0,\eta,\gamma}(s) = \frac{\exp\left(\beta_{\eta,\gamma} \cdot z\right) + \exp\left(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot z\right)}{\lambda \cdot \beta_{\eta,\gamma} \cdot (\exp\left(\beta_{\eta,\gamma} \cdot z_L\right) - \exp\left(-\beta_{\eta,\gamma} \cdot z_L\right))}, \quad (\eta,\gamma = \overline{1,\infty}), \tag{4}$$

 $\beta_{\eta,\gamma} = \left(\frac{s}{a} + \psi_{\eta}^{2} + \widetilde{\varphi}_{\gamma}^{2}\right)^{1/2}$ ; *s* – оператор Лапласа; <sup>\*</sup> a, z, z<sub>L</sub> – заданные числа;  $\psi_{\eta}, \widetilde{\varphi}_{\gamma}$  – пространственные частоты;  $\left(\eta, \gamma = \overline{1, \infty}\right)$ .



В рассматриваемом случае имеется одно входное воздействие и одна функция выхода [10]. По сути, рассматривается условно сосредоточенная система [5]. Исследования, приведенные в [5, 8-9] показывают, что для описания статических характеристик (удельного понижения уровня в заданной точке) рассматриваемых объектов используется следующая структура аппроксимирующего звена:

$$W_a = \frac{K}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot \mathbf{r}); \beta = (\mathbf{D})^{\frac{1}{2}},$$
(5)

где: *D*, *K*, *a* - определяемые параметры, *r* - расстояние от возмущающей скважины до измеряемой точки.

Процедура определения значений коэффициентов аппроксимирующего звена включает следующие этапы:

1. Составление системы уравнений для значений  $K_1$  и  $K_2$ .

2. Подставляя вычисленные значения для данного объекта  $K_1$ ,  $K_2 r_0$  и  $r_2$  в систему уравнений, полученную на первом этапе, решаем систему уравнений.

3. Результат решения системы уравнений используем для описания коэффициента гидравлического взаимодействия скважин (5).

4. Получаем численное значение W<sub>a</sub>.

## Решение задачи

Согласно описанным выше этапам, производим следующие действия:

1. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{K}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot r_0) \\ K_2 = \frac{K}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot r_2), \beta = (D)^{1/2} \end{cases},$$
(6)

2. Подставляем вычисленные значения для данного объекта: К<sub>1</sub>=0,0207; К<sub>2</sub>=0,00213; r<sub>0</sub>=0,1; r<sub>2</sub>=121 в (6) и получаем:



$$0,0207 = \frac{K}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot 0.1)$$

$$0,00213 = \frac{K}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot 121), \beta = (D)^{\frac{1}{2}},$$
(7)

Решая систему уравнений (7), приходим к следующему результату:

## K=0.00039008; D=0.00035378.

3. Коэффициент гидравлического взаимодействия скважин рассматриваемого объекта теперь записывается в виде:

$$W_{a} = \frac{0.00039008}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot \mathbf{r}), \quad \beta = (0.00035378)^{\frac{1}{2}}, \mathbf{r}_{0} \le r.$$
(8)

4. На рис. 2 показан график коэффициента гидравлического взаимодействия скважин, при изменении *r*.



Рис. 2 – График статического коэффициента передачи

По данному графику определяется численное значение коэффициента гидравлического взаимодействия скважин на расстоянии 121 м, *W<sub>a</sub>*=0, 002129996.

По сути, уравнение (8) представляет гидравлическое уравнение, описывающее коэффициент гидравлического взаимодействия:



$$\Delta H(\mathbf{r}) = Q \frac{0.00039008}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot \mathbf{r}), \quad \beta = (0.00035378)^{\frac{1}{2}}, \mathbf{r}_0 \le r, \tag{9}$$

где:  $\Delta H$  – понижение уровня в изучаемом водоносном горизонте в м.; Q – дебит возмущающей скважины в м<sup>3</sup>/сут.; r – расстояние от возмущающей скважины до исследуемой точки.

В системе «СИ», время измеряется в секундах. Преобразуя приведенное выше уравнение (9), получим:

$$\Delta H(\mathbf{r}) = Q \cdot (3600 \cdot 24) \cdot \frac{0.00039008}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot \mathbf{r}) = Q \cdot \frac{33,702912}{\beta} \cdot \exp(-\beta \cdot \mathbf{r}),$$
  

$$\beta = (0.00035378)^{\frac{1}{2}}, \mathbf{r}_0 \le \mathbf{r},$$
  
rde:  $Q$  - дебит,  $\mathbf{M}^3 / ce\kappa.$   
(10)

Изменяя дебит добывающей скважины, как показано в выражении (11), определим изменение уровня в зоне расположения добывающей скважины:  $Q = Q_1 + 0.2 \cdot Q_1 \cdot sin(\omega \cdot \tau),$  (11)

где:  $Q_1$ =250м3/сут.= 0,002893518м3/сек.;  $\omega$ =0.001 1/сек.

Для выбранных значений и с учетом геометрических характеристик нашего месторождения на рис. 3 построены графики функций входного воздействия и функции выхода, реализованные с помощью разработанного программного модуля KALIGOR-MISMATCH.

С помощью программного модуля KALIGOR-MISMATCH можно определить сдвиг по фазе для объектов с заданными геометрическими параметрами и различными коэффициентами перетекания.

В результате экспериментальных исследований получено, что функции выхода (изменение уровня в зоне расположения добывающей скважины) отстает от входного воздействия (изменения дебита добывающей скважины) на величину  $\Delta \tau = 0.215$ . Период колебаний входного воздействия (*Tn*)



составляет 1.745329 час. Определим сдвиг по фазе рассматриваемых  $\phi$ ункций:  $\Delta \varphi = -2\pi \cdot \Delta \tau / Tn = -1.36(pad.)$ 



Рис. 3 – Окно модуля KALIGOR-MISMATCH

## Результаты

В результате исследований были определены параметры звена, аппроксимирующего удельное понижение уровня в заданной точке, на примере участка Кисловодского месторождения. Данная методика является составной частью частотного метода синтеза многомерных систем, когда входные воздействия в распределенный регулятор реализуются в виде дискретной функции по пространству. Метод синтеза регуляторов может применяться при описании устойчивости гидродинамических систем.

## Литература

1. Малков А. В., Першин И. М., Помеляйко И. С. Кисловодское месторождение углекислых минеральных вод: системный анализ, диагностика, прогноз, управление. Академический научно-издательский,



производственно-полиграфический и книгораспространительский центр "Наука", 2015. 283 с.

2. Ганичева, Л. З. Современное состояние подземных вод в районе промышленных городов Ростовской области // Инженерный вестник Дона. 2013. № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1703.

3. Hoefler, T., Cerquetti L., Mehlan T. A practical approach to the rating of barrier algorithms using the LogP model and Open-MPI // Proceedings of the 2005 International Conference on Parallel Processing Workshops. NY., 2005. pp. 562-569.

4. Бочевер, Ф.М., Гармонов И.В., Лебедев А.В., Шестаков В.М. Основы гидрологических расчетов. Недра, 1965. – 307с.

5. Малков, А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. Научный мир, 2012. – 472с.

6. Смирнов, Р. В. Математическое моделирование теплообменных процессов в энергосберегающих гелиоустановках // Инженерный вестник Дона, 2013, № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1782.

7. Бегимов, И. Структурное представление физически неоднородных систем // Автоматика и телемеханика, 1981, № 9. С. 25-35.

8. Мартиросян, А.В. Передаточная функция распределенной системы управления для модельного пласта месторождения минеральных вод // Системный синтез и прикладная синергетика: материалы 7-й Всероссийской научной конференции. Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2015. URL: ictis.sfedu.ru/ssas/SSAS\_2015.pdf.

9. Мартиросян А.В., Мартиросян К.В., Манторова И.В., Кутовой И.Н. Автоматизация управления процессом эксплуатации месторождений минеральных вод // Современные наукоемкие технологии. 2019. № 7. URL: top-technologies.ru/ru/article/view?id=37590.



10. Rabenseifner, R. Automatic MPI counter profiling // Proceedings of the 42nd Cray User Group. Noorwijk, The Netherlands, 2000. 19 pp.

## References

1. Malkov A. V., Pershin I. M., Pomeljajko I. S. Kislovodskoe mestorozhdenie uglekislyh mineral'nyh vod: sistemnyj analiz, diagnostika, prognoz, upravlenie [Kislovodsk deposit of carbonated mineral waters: system analysis, diagnostics, forecast, managemen]. Federal'noe gosudarstvennoe unitarnoe predprijatie "Akademicheskij nauchno-izdatel'skij, proizvodstvenno-poligraficheskij i knigorasprostranitel'skij centr "Nauka", 2015. 283 p.

2. Ganicheva, L. Z. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, № 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1703.

3. Hoefler, T., Cerquetti L., Mehlan T. Proceedings of the 2005 International Conference on Parallel Processing Workshops. NY, 2005. pp. 562-569.

4. Bochever, F.M. Fundamenta hydrological calculis [Fundamenta hydrological calculis]. Nedra, 1965. 307p.

5. Malkov, A.V. Sistemy s raspredelennymi parametrami. Analiz i sintez [Systems with distributed parameters. Analysis and synthesis]. Nauchnyj mir, 2012. 472p.

6. Smirnov, R. V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013. № 3. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2013/1782.

7. Begimov, I. Avtomatika i telemehanika. 1981. № 9. pp. 25-35.

8. Martirosyan, A.V. Sistemnyj sintez i prikladnaya sinergetika: materialy 7-j Vserossijskoj nauchnoj konferencii. Taganrog. YuFU, 2015. URL: ictis.sfedu.ru/ssas/SSAS\_2015.pdf.

9. Martirosyan, A.V., Martirosyan, K.V., Mantorova, I.V., Kutovoj, I.N. Sovremennye naukoemkie tekhnologii. 2019. № 7. URL: toptechnologies.ru/ru/article/view?id=37590.



10. Rabenseifner, R. Proceedings of the 42nd Cray User Group. Noorwijk, The Netherlands, 2000. 19 pp.