

## Моделирование характеристик электронного устройства

*В.Н. Таран, И.В. Чумак*

*Технологический институт (филиал) ДГТУ в г. Азове*

**Аннотация.** Развитие и совершенствование радиотехнических устройств, снижение сроков их проектирования требует разработки эффективных методов математического моделирования анализа и оптимизации характеристик этих устройств. В работе рассматриваются новые математические модели, описывающие такие объекты, для которых необходимо использовать наряду с дифференциальными уравнениями алгебраические. В ходе решения использовались законы Кирхгофа, компонентные уравнения, эквивалентные преобразования токов и напряжений поэтапно исключающие из рассмотрения алгебраические выражения. В результате этих преобразований система, содержащая дифференциальные и алгебраические соотношения приводится к виду, содержащему только дифференциальные уравнения в форме Коши. Что позволяет в дальнейшем исследовании применять хорошо отработанные методы и алгоритмы численного решения дифференциальных уравнений.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, оптимизация, электронное устройство, биполярный транзистор, метод пространства состояний, дифференциальные уравнения, регулярные поисковые алгоритмы.

Проблематика работы заключается в разработке основных подходов и направлений развития современных усилительных приборов. Развитие и совершенствование радиотехнических устройств, снижение сроков их проектирования требует разработки эффективных методов математического моделирования анализа и оптимизации характеристик этих устройств [1-5]. Моделирование полупроводниковых структур позволяет снизить затраты на изготовление экспериментальных образцов и оптимизировать параметры элементов интегральных схем и приборов. В работе была использована статическая модель, на основе которой построена динамическая модель процессов для оценки ключевых параметров электронного прибора.

Полученные в ходе моделирования результаты могут использоваться для расчета численными методами показателей качества электронного устройства, таких как коэффициенты полезного действия, усиления, шума, нелинейных искажений.

Рассмотрим схему усилителя на биполярном транзисторе, преобразующего входной сигнал  $x(t)$  в выходной  $y(t)$ . Обобщенная структурная схема представлена на рисунке 1.



Рис. 1 - Оператор преобразования

Построим оператор преобразования входного сигнала в выходной, зависящий от топологии схемы и ее параметров. Принципиальная топологическая схема рассматриваемого усилителя дана на рис. 2.

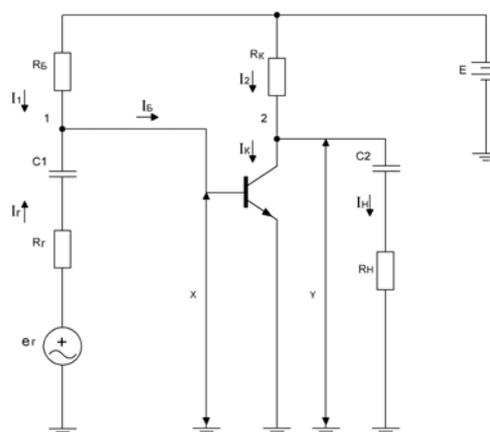


Рис. 2 - Принципиальная схема

Для математического описания представленного усилителя используем метод пространства состояний, представляющий собой упорядоченный способ нахождения состояния системы в функции времени, использующий матричный метод решения дифференциальных уравнений. Согласно

рассматриваемой схеме составим основные алгебраические уравнения усилителя.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа имеем:

$$e_{\Gamma} = U_{R_{\Gamma}} + U_{C_1} + x, \quad (1)$$

$$y = U_{C_2} + U_{R_H}, \quad (2)$$

где  $x$  – напряжение база - эмиттер,  $y$  – напряжение коллектор - эмиттер,  $e_{\Gamma}$  – ЭДС генератора,  $U_{C_1}$  – напряжение на емкости  $C_1$ ,  $U_{C_2}$  – напряжение на емкости  $C_2$ ,  $U_{R_H}$  – напряжение на сопротивлении нагрузки,  $U_{R_{\Gamma}}$  – напряжение на резисторе.

Для каждого узла (1 и 2, смотри рис. 2) входящего в схему запишем уравнения для токов [6]:

$$I_B = I_1 + I_{\Gamma}, \quad (3)$$

$$I_2 = I_K + I_H. \quad (4)$$

В цепи имеются реактивные элементы, напряжение на которых выражается равенствами:

$$U_{C_1} = e_{\Gamma} - R_{\Gamma} \left( I_B - \frac{E - x}{R_B} \right) - x, \quad (5)$$

$$U_{C_2} = y - U_{R_H}. \quad (6)$$

Из закона сохранения заряда следует, что между током и напряжением на конденсаторе существует связь, определяемая равенством:

$$I = C \frac{dU_C}{dt}, \quad (7)$$

где  $U_C$  – напряжение на емкости.

Применяя (7) к соотношениям (5) и (6) получаем систему дифференциальных уравнений, описывающую входные и выходные токи:

$$\begin{cases} I_B - \frac{E-x}{R_B} = C_1 \frac{d}{dt} \left( e_\Gamma - \left( 1 + \frac{R_\Gamma}{R_B} \right) x - I_B R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{R_B} E \right), \\ \frac{E-y}{R_K} - I_K = C_2 \frac{d}{dt} \left( \left( 1 + \frac{R_H}{R_K} \right) y - \frac{R_H}{R_K} E + I_K R_H \right). \end{cases} \quad (8)$$

Зависимости тока базы и тока коллектора от соответствующих напряжений, представляющие собой компонентные уравнения, являются нелинейными  $I_B = I_B(x, y)$ ,  $I_K = I_K(x, y)$  и находятся в соответствии с методом, рассмотренным в работе [7].

Дифференцируя правые части полученных равенств по времени, обозначая производные по времени точкой, например:  $\frac{de_\Gamma}{dt} = \dot{e}$ , получаем линейную систему относительно  $\dot{x}$  и  $\dot{y}$ .

Опираясь на результаты работ [7-8], приведем полученную систему к форме Коши, для чего введем обозначения:

$$\begin{aligned} b_1(x, y) &= \frac{E-y}{R_K} - I_K(x, y), \quad b_2(x, y) = \frac{E-x}{R_B} + C_1 \dot{e} - I_B(x, y), \\ a_{11}(x, y) &= C_2 R_H \frac{\partial I_K(x, y)}{\partial x}, \quad a_{12}(x, y) = C_2 \left( 1 + \frac{R_H}{R_K} + R_H \frac{\partial I_K(x, y)}{\partial y} \right), \\ a_{21}(x, y) &= C_1 \left( 1 + \frac{R_\Gamma}{R_B} + R_\Gamma \frac{\partial I_B(x, y)}{\partial x} \right), \quad a_{22}(x, y) = C_1 R_\Gamma \frac{\partial I_B(x, y)}{\partial y}. \end{aligned}$$

В результате (8) преобразуется в систему нелинейных дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{b_1(x, y)a_{22}(x, y) - a_{12}(x, y)b_2(x, y)}{a_{11}(x, y)a_{22}(x, y) - a_{12}(x, y)a_{21}(x, y)}, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{b_2(x, y)a_{11}(x, y) - a_{21}(x, y)b_1(x, y)}{a_{11}(x, y)a_{22}(x, y) - a_{12}(x, y)a_{21}(x, y)}. \end{cases} \quad (9)$$

Численные решения уравнений (9) с использованием пакета прикладных программ Mathcad позволяют получить формы напряжения на базе и коллекторе транзистора.

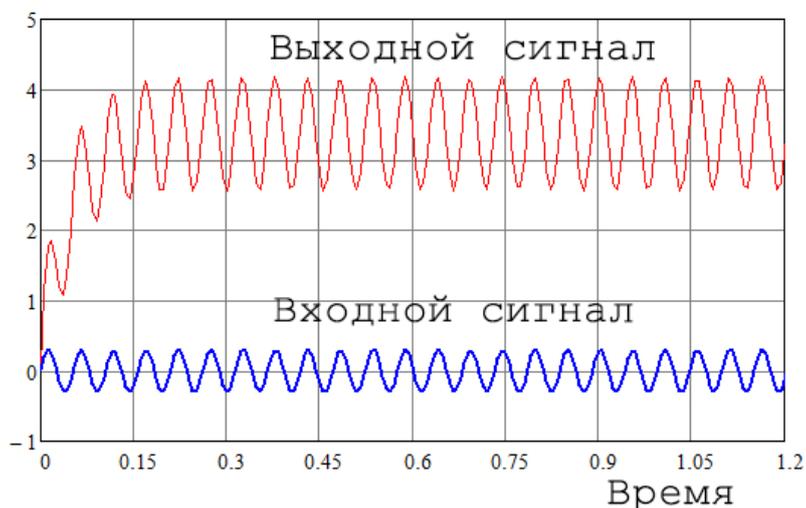


Рис. 3 – Эпюры напряжений математической модели усилителя.

Из рис. 3 видно, что усилитель преобразует входной сигнал с некоторым запаздыванием, что является признаком адекватного поведения построенной модели.

### Выводы

Рассматриваемая достаточно простая схема описывается совокупностью дифференциальных и алгебраических уравнений [9, 10], решение которых наталкивается на принципиальные проблемы, связанные с нелинейностью. В результате эквивалентных преобразований система, содержащая дифференциально-аналитические представления, приведена к форме Коши, что для более сложных схем не всегда возможно сделать. Использование полученных уравнений (9) позволяет путем регулярных поисковых алгоритмов определить оптимальные значения электронного устройства с нелинейными элементами. Разработка задач совместного

решения алгебраических и дифференциальных уравнений по-прежнему остается актуальной.

### Литература

1. Пилипенко А.М., Бирюков В.Н. Моделирование параметров МОП-транзисторов в широком температурном диапазоне // Инженерный вестник Дона. 2013. № 4. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/1917/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/1917/).
2. Таран В.Н., Кисловский Е.Ю. Применение корреляционного метода в идентификации электромеханической системы стабилизации видеокамеры // Инженерный вестник Дона. 2018. № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5043/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5043/).
3. Khayer Mohammad, Lake Roger. Modeling and Performance Analysis of III-V Nanowire Field-Effect Transistors. IntechOpen Limited, 2010. DOI: 10.5772/39484.
4. Grupen M., High GaN Electron Mobility Transistor Simulations with Full Wave and Hot Electron Effects // IEEE Transactions on Electron Devices. 2016. Vol. 63, no. 8, pp. 3096–3102. DOI:10.1109/TED.2016.2581591.
5. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Дрофа, 2006. 175 с.
6. Бакалов В.П., Дмитриков В.Ф., Крук Б.И. Основы теории цепей. М.: Горячая линия – Телеком, 2007. 597 с.
7. Таран В.Н., Трофименко В.Н. Топологический подход в моделировании электронных схем // Труды РГУПС. 2011. №3(17). С.75-83.
8. Лопатин В.Ф., Таран В.Н., Шандыбин А.В. Экспериментальное исследование работы генераторов гармонических колебаний при их взаимной синхронизации // Вестник РГУПС. 2014. №4. С.70-76.



9. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Т.2. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. М.: Мир, 1999. 685 p.
10. Пошивайло И.П. Жесткие плохо обусловленные нелинейные модели и методы их расчета: дис. ... канд.-та физ.-мат. наук: 05.13.18. М., 2014. 89 с.

### References

1. Pilipenko A.M., Birjukov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2013. №4. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/1917/](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4y2013/1917/).
2. Taran V.N., Kislovskij E.Ju. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2018. № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5043/](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5043/).
3. Khayer Mohammad, Lake Roger. Modeling and Performance Analysis of III-V Nanowire Field-Effect Transistors. IntechOpen Limited, 2010. DOI:10.5772/39484.
4. Grupen M., High GaN IEEE Transactions on Electron Devices. 2016. Vol. 63, no. 8, pp. 3096–3102. DOI:10.1109/TED.2016.2581591.
5. Sobol' I.M., Statnikov R.B. Vybor optimal'nyh parametrov v zadachah so mnogimi kriterijami [The choice of optimal parameters in problems with many criteria]. М.: Drofa, 2006. 175 p.
6. Bakalov V.P., Dmitrikov V.F., Kruk B.I. Osnovy teorii cepej [Basic chain theories]. М.: Gorjachaja linija – Telekom, 2007. 597 p.
7. Taran V.N., Trofimenko V.N. Trudy RGUPS. 2011. №3 (17). pp. 75-83.
8. Lopatin V.F., Taran V.N., Shandybin A.V. Vestnik RGUPS. 2014. №4. pp. 70-76.
9. Hajrer Je., Vanner G. Reshenie obyknovennyh differencial'nyh uravnenij. T.2. Zhestkie i differencial'no-algebraicheskie zadachi [The solution of ordinary differential equations. T.2. Hard and differential algebraic problems]. М.: Mir, 1999. 685 p.



10. Poshivajlo I.P. Zhestkie ploho obuslovlennye nelinejnye modeli i metody ih rascheta [Hard ill-conditioned non-linear models and methods for calculating them]: dis. ... kand.-ta fiz.-mat. nauk: 05.13.18. M., 2014. 89 p.