

Вейвлет-обработка изображений при свертке с шагом методом Винограда с низкой задержкой

П.А. Ляхов, Н.Н. Нагорнов, Н.Ф. Семёнова, А.Ш. Абдулсаямова

Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь

Аннотация: Вейвлеты широко используются в различных областях науки и техники для обработки одномерных сигналов и многомерных изображений. Однако технические устройства обработки информации развиваются медленнее, чем растет количество цифровых данных. Наиболее критичной характеристикой таких устройств является вычислительная задержка. В данной статье предлагается реализация метода Винограда для снижения вычислительной задержки при вейвлет-обработке изображений с шагом свертки 2. Предложенная схема для реализации вычислений сократила асимптотическую вычислительную сложность вейвлет-обработки двумерных изображений до 53%. Теоретическая оценка характеристик вычислительного устройства показала снижение задержки до 67%. Перспективным направлением дальнейших исследований является аппаратная реализация предложенного подхода на современных микроэлектронных устройствах.

Ключевые слова: обработка изображений, метод Винограда, цифровая фильтрация, вычислительная задержка, вейвлет-преобразование, свертка с шагом.

Введение

Вейвлеты активно используются для решения широкого круга задач обработки изображений в различных областях науки и техники: шумоподавление [1], сжатие [2], анализ изображений [3], анализ и обработка видео [4]. Извлечение локальной информации о сигнале как по частоте, так и по времени, является основным преимуществом вейвлет-преобразования. Высокая вычислительная сложность и задержка вычислений - существенные недостатки вейвлет-преобразования. Современные системы вейвлет-обработки изображений не успевают за стремительным темпом роста количественных и качественных характеристик цифровых изображений. Возникает потребность в сокращении вычислительной сложности дискретного вейвлет-преобразования изображений для сокращения времени, уделяемого их обработке.

Многие подходы разрабатываются и используются для ускорения вычислений при реализации различных методов вейвлет-обработки

изображений. Так, в работе [5], разработан новый метод для построения многомерных вейвлетов, называемый простой смежной суммой. Данный метод обеспечивает систематический способ построения многомерных неразделимых банков вейвлет-фильтров из двух одномерных фильтров нижних частот, один из которых является интерполяционным, для повышения скорости обработки изображений. Авторы [6] основное внимание уделяют развитию различных аппаратных архитектур и их дальнейшему представлению. В статье [7] авторы предлагают новое двумерное преобразование, называемое асимметричным двумерным преобразованием Хаара, и распространяют его на пакеты вейвлетов, которые содержат экспоненциально большое количество оснований. Авторы [8] разработали новый алгоритм вычисления двумерного дискретного вейвлет-преобразования изображений с высоким разрешением на узлах интернета вещей. Основными преимуществами предложенного алгоритма являются меньшая сложность вычислений и потребление энергии по сравнению с современными методами вычисления двумерного дискретного вейвлет-преобразования с малым объемом памяти. Все перечисленные методы основаны на попиксельной обработке изображений. В отличие от них, метод Винограда (MV), основанный на матричном умножении, сокращает вычислительную сложность обработки изображения за счет групповой обработки пикселей. Обработанное изображение собирается из фрагментов некоторого размера, а не из отдельных пикселей, что позволяет уменьшить количество операций умножения, за счет увеличения количества операций сложения. Однако MV предназначен для получения групп соседних отсчетов сигналов, в то время, как при вейвлет-фильтрации частота дискретизации цифрового сигнала уменьшается путём удаления его отсчётов. Поэтому необходимо разработать подход, учитывающий децимацию, для вейвлет-фильтрации изображений MV.

В данной статье предлагается подход к вейвлет-фильтрации МВ при свертке с шагом 2 для ускорения обработки изображений на современных микроэлектронных устройствах.

Вейвлет-фильтрация изображений при свертке с шагом

Вейвлет-преобразование – это способ фильтрации сигналов при использовании фильтров четного порядка. Вейвлет-фильтрация с децимацией двумерного изображения по строкам прямым методом, представима в виде:

$$T_2(x, y) = \sum_{i=0}^{h-1} T_1(x, 2y - i)K(i),$$

где: T_1 и T_2 – исходное и обработанное двумерные изображения, соответственно; x и y – номер строки и столбца пикселя, обрабатываемого вейвлет-фильтром P порядка h . При вейвлет-обработке изображений фильтрация выполняется по двум вычислительным каналам, соответствующим низкочастотному и высокочастотному вейвлет-фильтрам. Схема одномерной вейвлет-фильтрации прямым методом фрагмента изображения представлена на рис. 1, где T – исходное одномерное изображение, L и H – низкочастотный и высокочастотный фильтры, $T_L(x, y)$ и $T_H(x, y)$ – обработанные изображения, содержащие низкочастотную и высокочастотную информацию об исходном изображении, соответственно.

МВ используется в качестве альтернативы классическому прямому методу фильтрации. МВ позволяет значительно снизить вычислительную сложность обработки изображений за счет групповой обработки пикселей. Фильтрация изображения МВ в матричной форме имеет вид [9]:

$$D = A^T ((GP) \otimes (B^T S)),$$

где: D – фрагмент обработанного изображения размера $d \times 1$; P – маска вейвлет-фильтра порядка h ; S – фрагмент исходного изображения размера

$s \times 1$, где $s = d + h - 1$; A^T , G , B^T – матрицы преобразования; \otimes – оператор поэлементного умножения матриц. В обозначении МВ $F(d, h, m)$ указываются размер $d \times 1$ фрагментов обработанного изображения, порядок h вейвлет-фильтра и шаг децимации m . Алгоритмы составления матриц преобразования A^T , G , B^T подробно описаны в статье [10].

Исходный сигнал разделяется на две группы отсчетов (четных и нечетных) при вейвлет-фильтрации с децимацией МВ. При этом вычисления разделяются на два вычислительных канала, соответствующие четным и нечетным отсчетам сигнала. Произведение P на низкочастотный и высокочастотный фильтры L и H вычисляются заранее при использовании конкретного вейвлета. Произведение S на матрицу преобразования B^T рассчитывается до разделения вычислений по двум каналам, так как его значение не зависит от выбора используемых вейвлет-фильтров. Далее выполняются поэлементные умножения $B^T S$ на $R_{L,2i+1}$ и $R_{H,2i+1}$, $R_{L,2i}$ и $R_{H,2i}$, и вычисляется произведение полученных результатов на матрицу преобразования A^T по четырем вычислительным каналам. После этого вычисляются суммы обработанных компонент изображения $D_{L,2i+1}$ и $D_{L,2i}$, $D_{H,2i+1}$ и $D_{H,2i}$, соответственно. Схема одномерной вейвлет-фильтрации с децимацией методом Винограда фрагмента изображения представлена на рис. 2, где S – исходное одномерное изображение, L и H – низкочастотный и высокочастотный фильтры, B^T , A^T , G – матрицы преобразования, $D_{H,2i+1}$, $D_{H,2i+1}$, $D_{H,2i+1}$, D_H , D_L – обработанные низкочастотная и высокочастотная составляющие изображения.

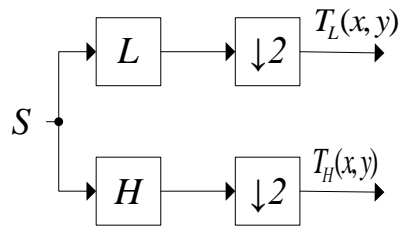


Рис. 1. – Схема одномерной вейвлет-фильтрации с децимацией фрагмента изображения прямым методом

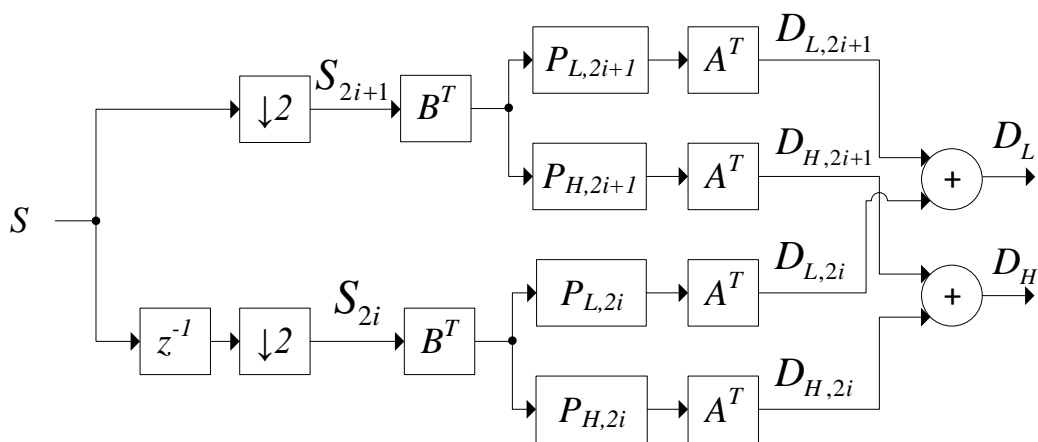


Рис. 2. – Схема одномерной вейвлет-фильтрации с децимацией фрагмента изображения методом Винограда

Анализ вычислительной сложности вейвлет-фильтрации изображений методом Винограда

Вычислительная сложность вейвлет-обработки изображения методом Винограда $F(d, h)$ зависит от значений d и h , определяющих количество элементов матриц и от выбора значений точек $s_0, s_1, \dots, s_{n-2}, s_{n-1}$, так как на их основе строятся матрицы преобразования A^T, G, B^T . В данной статье рассмотрены случаи обработки изображений при использовании набора точек многочлена Лагранжа $L = 0, 1, -1, 2, -2, 4, -4, \dots, 2^l, -2^l, 2^{l+1}, -2^{l+1}, \dots, \infty$ для построения матриц Вандермонда V , с разными порядками вейвлетов $h = 4, 6$ и разными размерами $d = 2, 3, 4, 5$ обрабатываемых фрагментов. Введем понятие удельного веса пикселя (УВП) обработанного изображения для

корректного сравнения вычислительной сложности прямого метода и метода Винограда. УВП вычисляется как частное от деления количества операций, необходимых для получения фрагмента обработанного изображения, на количество пикселей данного фрагмента. Результаты подсчета количества умножений и сложений, необходимых для цифровой фильтрации изображений прямым методом и методом Винограда, представлены в таблице 1.

Количество умножений для обработки каждого фрагмента изображения рассчитано следующим образом:

1. Количество операций умножения при обработке фрагмента изображения прямым методом равно числу коэффициентов используемых вейвлет-фильтров.

2. Количество операций умножения при обработке фрагмента изображения МВ равно сумме размера фрагмента обработанного изображения и шага децимации с вычетом единицы и умноженной на 4.

Количество сложений для каждого фрагмента в таблице рассчитано следующим образом.

1. Количество операций сложения при обработке фрагмента изображения прямым методом равно числу на 2 меньше количества операций умножения.

2. Количество сложений при фильтрации обработке изображения МВ равно удвоенной сумме числа сложений ненулевых элементов матриц A^T и B^T по строкам и удвоенной сумме числа единиц элемента матрицы в двоичной записи, уменьшенной на 1, для всех элементов матриц A^T и B^T . Операции сложения не учитываются при асимптотической оценке вычислительной сложности, так как их сложность на порядок меньше, чем у умножения. Наибольшее сокращение удельного веса пикселя по

умножителям наблюдается для вейвлета 6 порядка при применении МВ, согласно таблице 1.

Таблица № 1

Количество сложений и умножений при вейвлет-фильтрации фрагмента изображения

Метод реализации	Размер фрагмента	Для каждого фрагмента		Удельный вес пикселя	
		Умножения	Сложения	Умножения	Сложения
Прямой	1	8	6	8,00	6,00
$F(2,4,2)$	2	12	14	6,00	7,00
$F(3,4,2)$	3	16	30	5,33	10,00
$F(4,4,2)$	4	20	66	5,00	16,50
$F(5,4,2)$	5	24	106	4,80	21,20
Прямой	1	12	10	12,00	10,00
$F(2,6,2)$	2	16	26	8,00	13,00
$F(3,6,2)$	3	20	58	6,67	19,33
$F(4,6,2)$	4	24	94	6,00	23,50
$F(5,6,2)$	5	28	172	5,60	34,40

При этом вычислительная сложность уменьшается асимптотически на 53% по сравнению с прямым методом. Однако полученные результаты носят преимущественно теоретический характер. Поэтому используем unit-gate модель (UGM) для более близкой к практике оценке затрат времени и аппаратных ресурсов на реализацию методов вейвлет-обработки изображений. UGM – способ теоретической оценки характеристик устройства, основанный на подсчете числа срабатываний базовых логических элементов «и», «или» [11]. Время срабатывания одного такого элемента примем за условную единицу (у.е.). Используем данную модель для оценки временных затрат на обработку изображений рассматриваемыми методами. Для расчета количества слагаемых в строке матриц

преобразования A^T и B^T , было подсчитано общее количество единиц в каждой строке данных матриц, все элементы которых были переведены в двоичную систему счисления (таблица 2). Операции матричного умножения сводятся к масштабированию и сложению при обработке МВ фрагмента изображения S матрицами преобразования B^T и A^T . Например, для умножения числа на константу 5, имеющую в двоичной системе счисления вид 101_2 нужно масштабировать это число на два бита влево и сложить с исходным числом. Масштабирование чисел не требует значимых вычислительных ресурсов для своего выполнения. Таким образом, все умножения матриц, кроме поэлементного, реализуются с помощью сложений.

Таблица № 2

Задержка при вейвлет-фильтрации фрагмента изображения, в соответствии с моделью unit-gate

Метод реализации	Размер фрагмента	Наибольшее количество элементов в строке матрицы		Задержка, у.е.	
		A^T	B^T	Для каждого фрагмента	Удельный вес пикселя
Прямой	1	-	-	55,00	55,00
$F(2,4,2)$	2	2	2	75,00	37,50
$F(3,4,2)$	3	3	2	79,00	26,33
$F(4,4,2)$	4	4	4	88,60	22,15
$F(5,4,2)$	5	5	4	90,75	18,15
Прямой	1	-	-	58,98	58,98
$F(2,6,2)$	2	3	2	78,98	39,49
$F(3,6,2)$	3	4	4	88,59	29,53
$F(4,6,2)$	4	5	4	90,80	22,70
$F(5,6,2)$	5	6	9	100,56	20,11

На основе таблицы 2 можно сделать следующие выводы:

1. Задержка при цифровой фильтрации изображений снижается до 67%. Наибольшее сокращение задержки при увеличении размера получаемых фрагментов изображения, обрабатываемого методом Винограда, достигается при $F(2,4,2)$ и $F(3,4,2)$ для фильтров 4 порядка и при $F(2,6,2)$ и $F(3,6,2)$ для фильтров 6 порядка. Например, для вейвлета 4-го порядка при $z = 2,3$ задержка снижается на $55,00 - 37,50 = 17,50$ у.е. и $37,50 - 26,33 = 11,17$ у.е., соответственно. При $z = 4,5$ задержка снижается на 4,18 у.е. и 4 у.е., соответственно.

2. Задержка при цифровой фильтрации изображений сокращается при увеличении получаемого фрагмента сигнала, но вместе с этим увеличивается размер матриц преобразования. Их составление значительно усложняется, равно как и разработка устройства с их использованием.

Заключение

В данной работе разработана схема одномерной вейвлет-фильтрации изображений МВ с шагом свертки 2. Предложенный подход сократил вычислительную сложность вейвлет-фильтрации изображения асимптотически до 53% по сравнению с прямым методом, в зависимости от размера использованных фильтров и фрагментов обработанного изображения. Теоретическая оценка характеристик устройства на основе UGM показала, что МВ снижает задержку устройства цифровой фильтрации изображения с 8-битными цветовыми каналами до 67% и 66% для вейвлетов 4 и 6 порядков, соответственно. Задержка вычислений сокращается при увеличении получаемого фрагмента сигнала, но при этом увеличивается размер матриц преобразования, и сложность их составления и использования в цифровых устройствах. Перспективным направлением дальнейших исследований является аппаратная реализация предложенного подхода на современных микроэлектронных устройствах.

Благодарности

Исследование проведено при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проект № МК-371.2022.4).

Литература (References)

1. Wu Y., Gao G., Cui C. Improved Wavelet Denoising by Non-Convex Sparse Regularization under Double Wavelet Domains. IEEE Access. 2019. V. 7. Pp. 30659-30671.
2. Ravi R., Subramaniam K. Image compression using optimized wavelet filter derived from grey wolf algorithm. Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing. 2020. V. 12. Pp. 6677-6688.
3. Soulard R., Carré P. Elliptical Monogenic Wavelets for the Analysis and Processing of Color Images. IEEE Transactions on Signal Processing. 2016. V. 64. Pp. 1535-1549.
4. Chen Y., Li D., Zhang Q.J. Complementary Color Wavelet: A Novel Tool for the Color Image/Video Analysis and Processing.. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. 2019. V. 29. Pp.12-27.
5. Escande P., Weiss P. Fast wavelet decomposition of linear operators through product-convolution expansions. IMA Journal of Numerical Analysis. 2022. V. 42. Pp. 569-596.
6. Alcaín A. Hardware Architectures for Real-Time Medical Imaging. Electronics. 2021. V. 10. P. 3118.
7. Ouyang W., Zhao T., Cham W.K., Wei L. Fast Full-Search-Equivalent Pattern Matching Using Asymmetric Haar Wavelet Packets. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology. 2018. V. 28. Pp. 819-833.
8. Tausif M., Khan E., Hasan M., Reisslein M. SMFrWF: Segmented modified fractional wavelet filter: Fast low-memory discrete wavelet transform (DWT). IEEE Access. 2019. V. 7. Pp. 84448-84467.



9. Winograd S. Arithmetic Complexity of Computations. Arithmetic Complexity of Computations. Philadelphia, PA, USA. SIAM. 1980. 96 p.

10. Lyakhov P., Abdulsalyamova A., Semyonova N., Nagornov N. On the Computational Complexity of 2D Filtering by Winograd Method. 11th Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO). 2022. Budva, Montenegro. Pp. 1-4.

11. Zimmermann R. Binary Adder Architectures for Cell-Based VLSI and Their Synthesis. Zürich, Switzerland. Hartung-Gorre. 1998. 205 p.